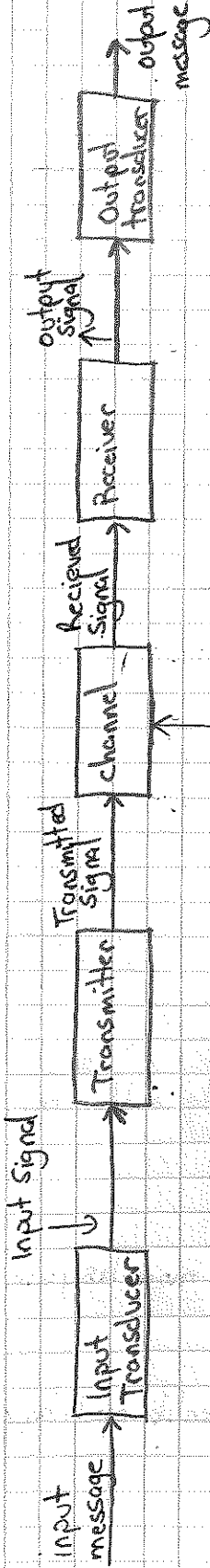


Haberleşme

Line communication

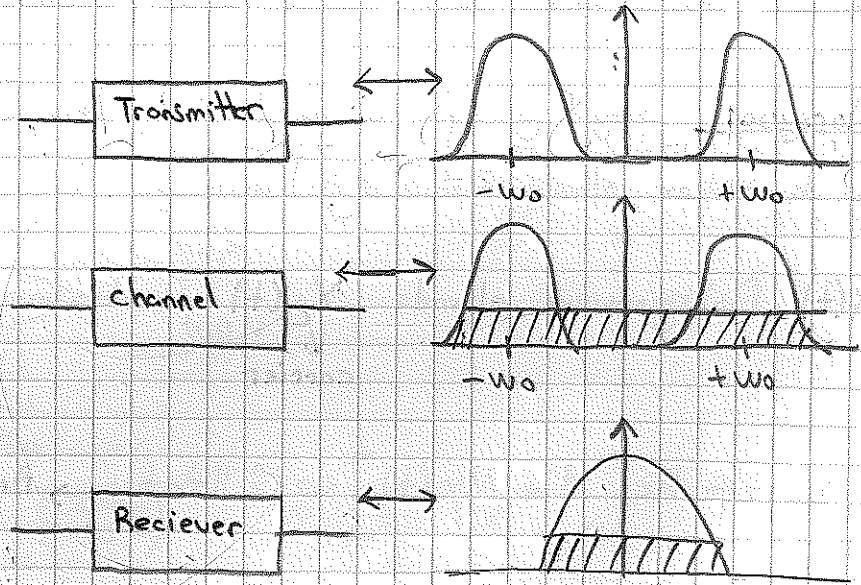
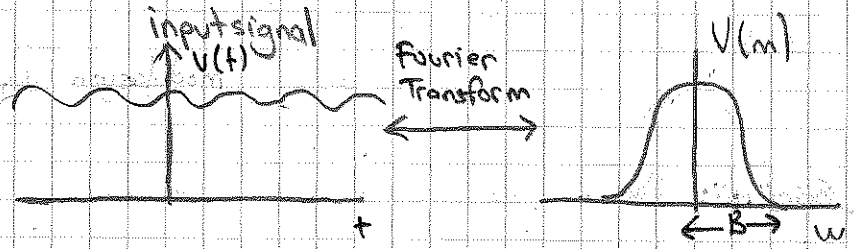
Radio communication



ortam :
Distorsiyon? Distortion: Gelen sinyal şeklini bozmadan belli bir gecikmeyle genliği değişsin ya da değişmesin çıkmasına denir

$$X(t) \rightarrow \text{Distorsiyon? (Bozulması?)} \rightarrow AX(t-t_0)$$

Distortion and Noise



modülasyon: Frekans kaydırma

SNR Signal to Noise Ratio

Sinyalin ortalama gücünün, gürültünün ortalama gücüne oranı.

$P \rightarrow$ average power

$$\boxed{SNR = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}}$$

$$* SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} \right)$$

$$* SNR_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}} \right)$$

$$C = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{C}{f}$$

* Mesela 15 kHz'lik bir frekansta λ dalga boyu çok büyük çıkar. Seçeceğimiz anten λ dalga boyunun yarısı olacağından böyle bir anten üretmek zor olur. Bu yüzden modülasyon yapılır.

Gürültü: Rastgele ve önceden tahmin edilemeyen elektriksel işaret.

Devede diresin varsa illaki gürültü vardır. Yarıiletkenler de gürültü yapar.

Distorsyon: Sinyel girdiğinde bozulmadan çıkıyorsa (genliğinde değişim ya da öteleme olması önemli değil) distorsyon kavramını aklın.

$X(t)$ fonksiyonunun altında $X_c(t)$ işareti varsa modüle edilmiştir.
↓
carrier

$$X_c(t) = A_c [1 + Mx(t)] \cos 2\pi f_c t \rightarrow \text{Am genlik modülasyonu}$$

$$X_c(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int x(\tau) d\tau \right] \rightarrow \text{Fm genlik modülasyonu}$$

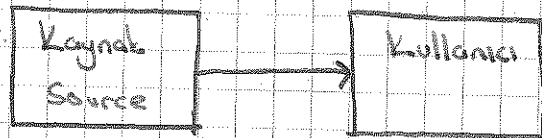
FDM → frequency division

TDM

CDM

Haberleşme Sistem Tipleri

1. Simpleks



* Tek taraflı haberleşme

2. Half dubleks

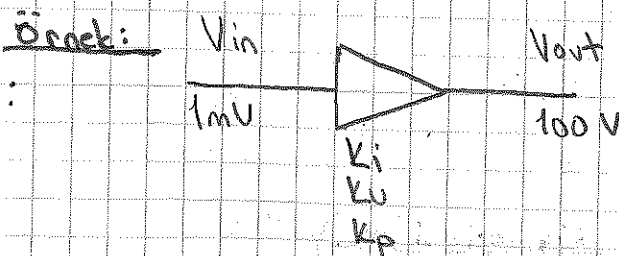
Biri konuşurken diğeri dinler, diğeri dinlerken biri konuşur. Mesela telsiz.

3. Full dubleks

Aynı anda haberleşme. Mesela telefon.

4. Yayın

Tek bir kaynak birden fazla alır



$$SNR = 20 \log_{10} \left(\frac{100}{10^{-3}} \right) = 20.5 = 100$$

dB: Burda desibel bir büyüklüğün diğeri ile karşılaştırılmasıdır.
Yani 6dB işaret seviyesini söylemek referans vermedikçe bir anlam ifade etmez. Örneğin 1mV altında

Kaskat sistemlerde Kazanç

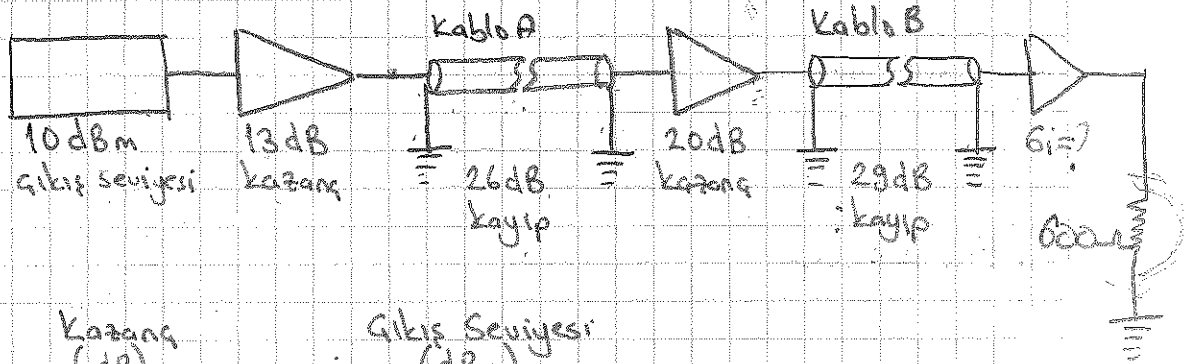
$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \dots G_i = \prod_{i=1}^n G_i$$

$G_i < 1$ ile ifade edilir.



$$G_{dB} = G_{1dB} + G_{2dB} + G_{3dB} + \dots + G_{ndB} = \sum_{i=1}^n G_{idB}$$

Örnek= 1.1



	Kazanç (dB)	Giriş Seviyesi (dBm)
a) İşaret kaynağı	—	10dBm
Lineer kuvvetlendirici	13	23
Kablo A	-26	-3
Ara kuvvetlendirici	20	17
Kablo B	-29	-12

$$\text{Güç Seviyesi (dBm)} = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{Güç Seviyesi (W)}}{10^{-3} \text{ (W)}} \right)$$

$$V = \sqrt{600 \times \text{Güç Seviyesi [W]}}$$

$$\begin{aligned} \text{Güç seviyesi [W]} &= 10^{\text{Güç seviyesi (dbm)} / 10} \cdot 10^{-3} \\ &= 10^{-1,2} \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$g(t) = g(t + T_0)$ tüm t değerleri için
 $\sin \omega t$, $\cos \omega t$, $e^{j\omega t}$

Enerji ve Güç Sinyalleri

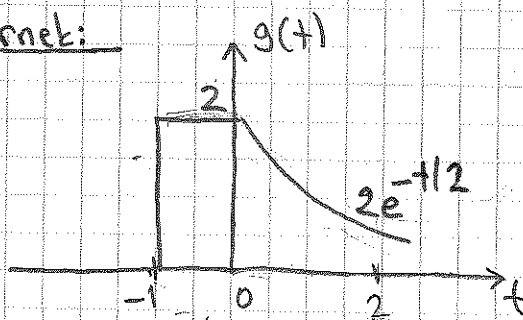
$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt$$

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t) g(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt$$

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |g(t)|^2 dt$$

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |g(t)|^2 dt < \infty$$

Örnek:



Bu bir enerji sinyali. Enerji sinyali olduğunu ispatlayalım.

$$E_g = \int_{-1}^0 (2)^2 dt + \int_0^{\infty} 4e^{-t} dt$$

$$4 + (-4e^{-t})_0^{\infty}$$

Örnek: $g(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ güc isareti olduğunu kontrolayınız.

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A^2 \cos^2(\omega t + \theta) dt$$

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{A^2}{2} (1 + \cos(2\omega t + 2\theta)) dt$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{A^2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} dt}_{\frac{A^2}{2}} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\omega t + 2\theta) dt$$

Örnek 1.1= b) çıkış kuvvetlendiricisinin kazancını 600 Ω 'lık yük direnci üzerinde nominal gerilim 6V olacak şekilde hesaplayınız.

$$V = \sqrt{600 \times \text{Güç Seviyesi (W)}}$$

$$36 = \sqrt{600 \times \text{Güç seviyesi}}$$

$$\text{Güç seviyesi (W)} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

$$\text{Güç seviyesi [dBm]} = 10 \log\left(\frac{6 \cdot 10^{-2}}{10^{-3}}\right) = 17,78 \text{ dBm}$$

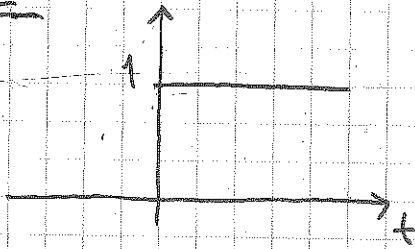
$$\text{Aradaki fark} = 17,78 - (-12) = 29,78 \text{ dB}$$

Periyodik - Aperiodydik Sinyaller

$$g(t), T_0$$

$$g(t) = g(t + T_0) \text{ tüm } t \text{ de\u011ferleri i\u00e7in}$$

Soru:



$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

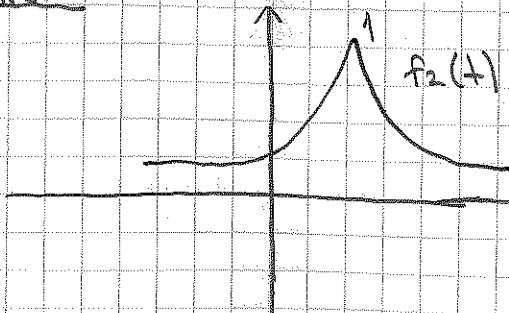
Enerji i\u015fareti midir, g\u00fc i\u015fareti midir?

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} dt$$

$$= \frac{1}{2}$$

	G\u00fc i\u015fareti	Enerji i\u015fareti	Birim
G\u00fc	sonlu ($< \infty$)	0 (sifir)	watt, V^2
Enerji	sansuz (∞)	sonlu ($< \infty$)	Joule, V^2s

Soru:



$$f_2(t) = e^{-3|t|}$$

$$-\infty < t < 0$$

$$\int_{-\infty}^0 e^{6t} dt = \left. \frac{e^{6t}}{6} \right|_{-\infty}^0 = \frac{1}{6}$$

$$0 < t < \infty$$

$$\int_0^{\infty} e^{-6t} dt = \left. -\frac{e^{-6t}}{6} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Not** Sinüzoidal bir $x(t)$ işaretinin karesini almak frekansını

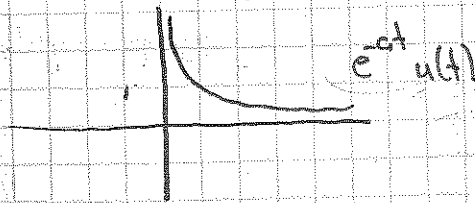
2 katına çıkarmaktadır. Faz kayması işaretin gücünü değiştirmet. Sinüzoidal e-

rin toplamlarının gücü her birinin ayrı ayrı güçlerinin toplamına eşittir.

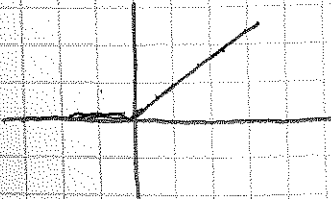
Periyodik sinyaller güç sinyalidir. Periyodik olmayanlar enerji sinyalidir.

Eğer bir sinyal bir basamak fonksiyonuyla sınırlandırılmamışsa sinyal $(e^{-at} u(t))$

ne enerji sinyeli ne güç sinyeli oluyor.



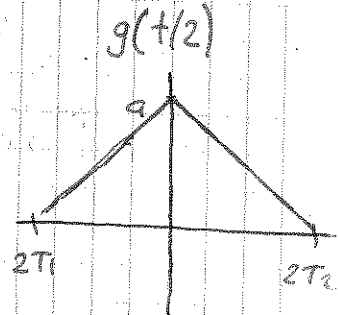
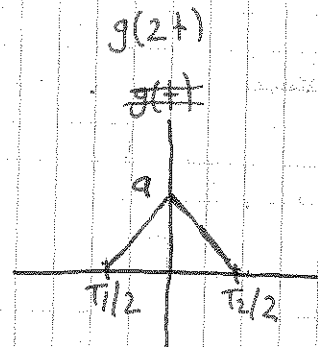
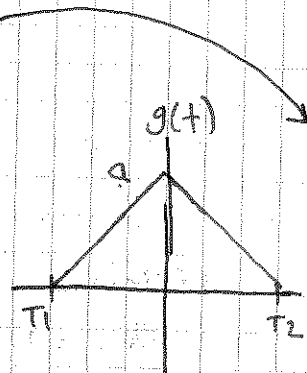
Rampa fonksiyonu ne enerji ne güç sinyalidir, çünkü bu sinyal sonsuz enerji ve sonsuz güce sahiptir.



Time shifting (öteleme)

Time scaling

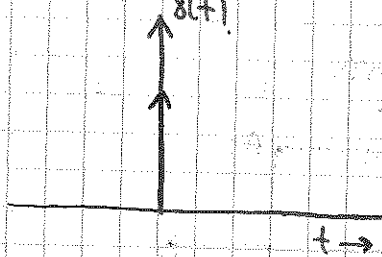
Time inversion



scaling = Bir fonksiyonu daraltmak ya da genişletmek.

Time inversion = $g(t)$ olan bir fonksiyonun $g(-t)$ olmasıdır.

Unit impulse function



$$\delta(t) = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

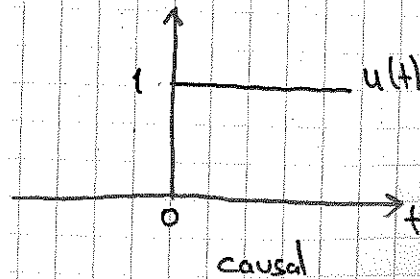
$$* \phi(t) \delta(t) = \phi(0) \delta(t)$$

$$* \phi(t) \delta(t-T) = \phi(T) \delta(t-T)$$

$$\phi(t) \quad t = T \text{ sürekli}$$

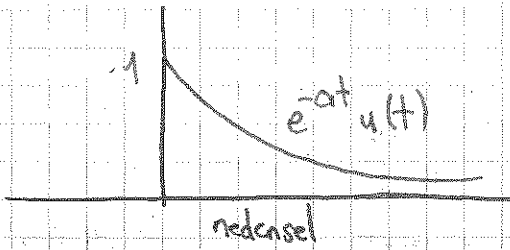
Birim Basamak Fonksiyonu

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



$$g(t) \rightarrow g(t) = 0 \quad t < 0$$

e^{-at} fonksiyonunu $u(t)$ ile gösterelim



* Birim basamak fonksiyonunun türevi birim darbe fonksiyonudur

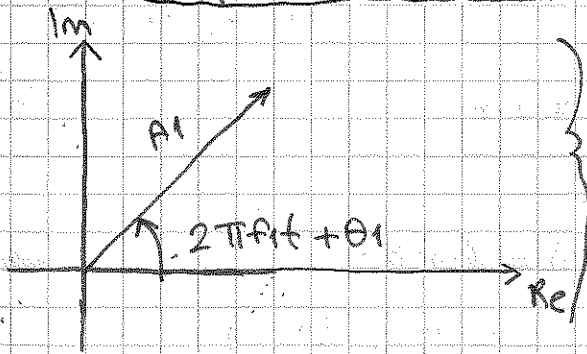
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Buradan $\frac{du}{dt} = \delta(t)$

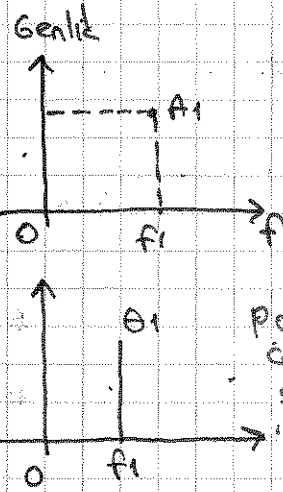
Spektral Analiz

$$X(t) = A \cos(2\pi f t + \theta)$$

$$X(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) \quad A_1 \geq 0, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$$
$$= \text{Re} \left\{ A_1 e^{j(2\pi f_1 t + \theta_1)} \right\}$$



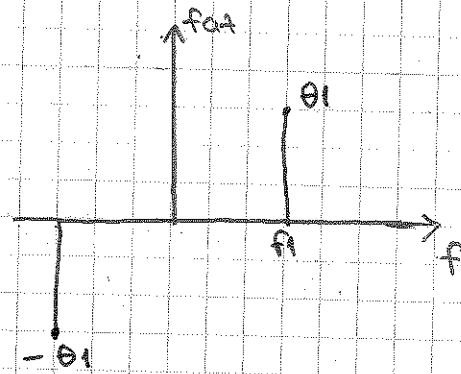
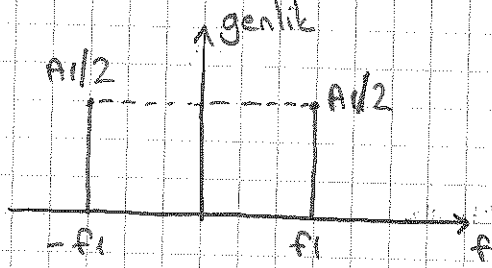
fasör
diagramı



pozitif
girişsel
Spectrum

$$X(t) = A_1 \cdot \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) \quad \text{Euler'e göre;}$$

$$= \frac{A_1}{2} e^{j(2\pi f_1 t + \theta_1)} + \frac{A_1}{2} e^{-j(2\pi f_1 t + \theta_1)}$$



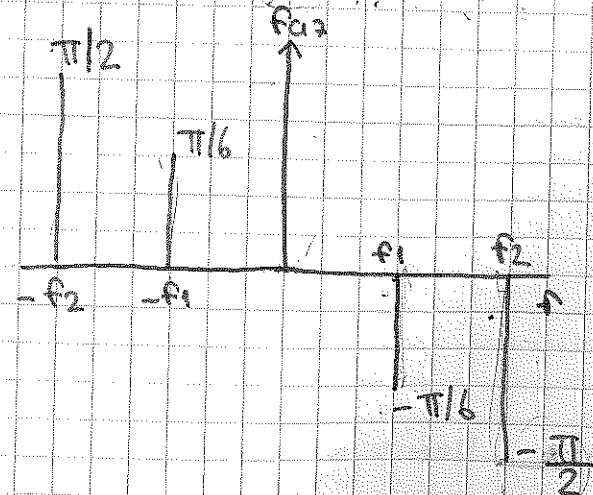
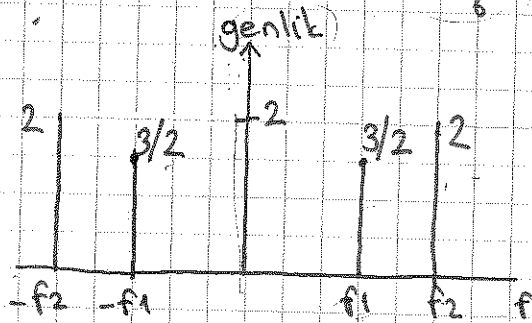
Bir fonksiyonun genlik spektrumu daima çift simetridir. Yine aynı fonksiyonun faz spektrumu daima tek simetridir.

Faz spektrumunu çizmekten fonksiyonun bileşenlerini cos cinsine çevirilmeli.

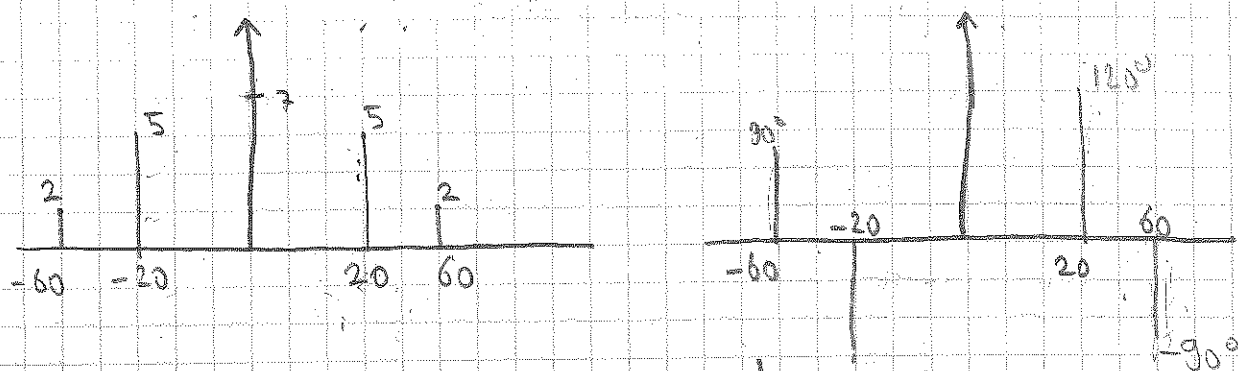
Soruy: $X(t) = 3\cos(2\pi f_1 t - \frac{\pi}{6}) + 4\sin(2\pi f_2 t) + 2$ $f_2 > f_1$ kabul ediniz.

$X(t)$ fonksiyonun çift yönlü genlik ve faz spektrumunu çiziniz.

$$X(t) = 3\cos(2\pi f_1 t - \frac{\pi}{6}) + 4\cos(2\pi f_2 t - \frac{\pi}{2}) + 2\cos(2\pi \cdot 0 \cdot t - 0)$$



Soru: $w(t) = 7 - 10 \cos(40\pi t - 60^\circ) + 4 \sin 120\pi t$
 $= 7 + 10 \cos(40\pi t + 120^\circ) + 4 \cos(120\pi t - 90^\circ)$



DC işaret faz mat. olmaz. 120°

Ödev: $V(t) = -3 - 4 \sin 30\pi t$ hem tek yönlü hem çift yönlü genlik
 Faz spektrumunu çiz

Not: İşaretlerin simetriklik özellikleri

Çift işaret $f(t) = f(-t)$

Tek işaret $f(t) = -f(-t)$

Çift fonksiyon $\times$ çift fonksiyon = çift

Çift fonksiyon $\times$ Tek fonksiyon = Tek

Tek fonksiyon $\times$ Tek fonksiyon = çift

Trigonometrik Fourier Serisi

$x(t)$ periyodu T olan bir ifade

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j \frac{2\pi n t}{T}}$$

$c_n \rightarrow$ Fourier katsayısı

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(t) e^{-j \frac{2\pi n t}{T}} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\left\{ 1, \cos \omega_0 t, \cos 2\omega_0 t, \dots, \cos n\omega_0 t, \dots, \sin \omega_0 t, \dots, \sin n\omega_0 t, \dots \right\}$$

$t = t_1$ 'den $t = t_1 + T_0$ 'a integral alıyoruz.

$$\int_{T_0} \cos n\omega_0 t \cos m\omega_0 t = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \frac{T_0}{2}, & m = n \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{T_0} \sin n\omega_0 t \sin m\omega_0 t = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \frac{T_0}{2}, & m = n \neq 0 \end{cases}$$

$$g(t) = a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots$$
$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t \Rightarrow \text{Fourier Serisi}$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} g(t) dt$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} g(t) \cos n\omega_0 t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} g(t) \sin n\omega_0 t dt$$

Özel Durumlar

① $x(t) \forall t$ için $x(-t) = x(t)$ ise

$B(f) = 0$ olur.

$$X(f) = A(f) = 2 \int_0^{\infty} x(t) \cos 2\pi f t dt$$

$$|X(f)| = |A(f)|$$

$$\rightarrow \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

$a_n \leftarrow A(f) > 0$ ise $\arg X(f) = 0$

$$a_n \leftarrow A(f) < 0 \text{ ise } \arg X(f) = \begin{cases} -\pi & f > 0 \\ \pi & f < 0 \end{cases}$$

② $x(t) \forall t$ için $x(-t) = -x(t)$

$$X(f) = -jB(f) = -j2 \int_0^{\infty} x(t) \sin 2\pi f t dt$$

$$|X(f)| = |B(f)|$$

$$B(f) > 0 \text{ ise } \arg X(f) = \begin{cases} -\pi/2 & f > 0 \\ \pi/2 & f < 0 \end{cases}$$

$$B(f) < 0 \text{ ise } \arg X(f) = \begin{cases} \pi/2 & f > 0 \\ -\pi/2 & f < 0 \end{cases}$$

Soru:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \pi \\ 0 & \text{for } t=0, \pm\pi \\ -1 & \text{for } -\pi < t < 0 \end{cases}$$

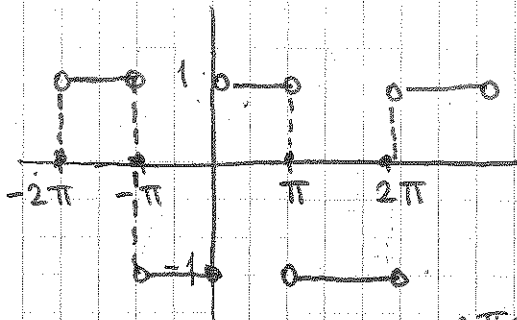
$$f(t) = f(t+2\pi) \text{ for all } t$$

$$Sf(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + b_n \sin \frac{n\pi t}{L} \right]$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt$$



a_0 ve a_n sıfır çıkar tek fonksiyon oldukları için

$$a_n = 0 \quad a_0 = 0$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} 1 \cdot \sin \left(\frac{n\pi t}{L} \right) dt = -\frac{2}{n\pi} \left[\cos nt \right]_0^{\pi}$$

$\frac{n\pi t}{L}$ 'ye noldu?

n sayısının durumuna göre $(-1)^n$ yazabiliriz

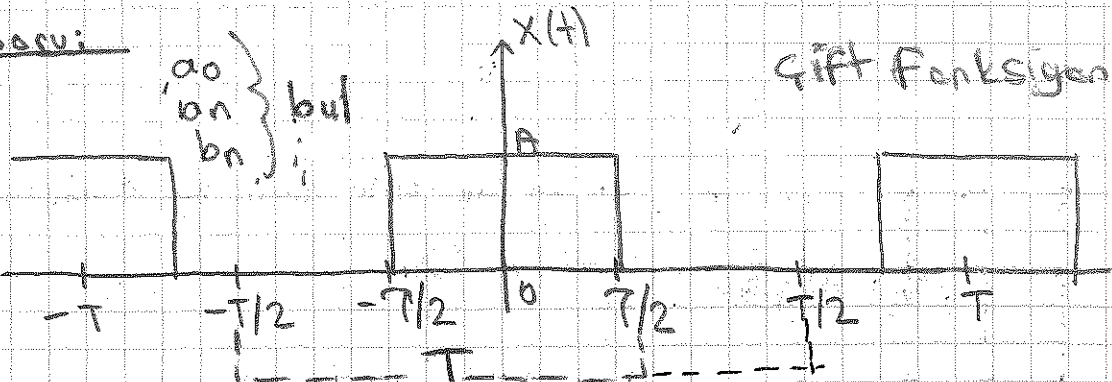
$$= -\frac{2}{n\pi} \left[\cos n\pi - 1 \right] = -\frac{2}{n\pi} \left[(-1)^n - 1 \right] = \begin{cases} 0, & n \text{ çift} \\ \frac{4}{n\pi}, & n \text{ tek} \end{cases}$$

$$S f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{n\pi t}{L} + b_n \sin \frac{n\pi t}{L} \right]$$

$$S f(t) = \sum_{n \text{ tek}} \frac{4}{n\pi} \sin nt$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{(2k-1)\pi} \sin (2k-1)t$$

Soru:



Şekildeki dikdörtgen katarının fourier katsayısını bularak çift yönlü dalgisel dalg spectrumunu çiziniz.

$$C_n \triangleq a_n \triangleq \langle x(t) \cos n\omega t \rangle$$

a_0 niye bulmadık

$$= \frac{1}{T} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(t) \cos n\omega t dt$$

Hece diyor ki hep $\frac{1}{T}$ alırsın

$$= \frac{1A}{T} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos n\omega t dt = \frac{A}{T} \cdot \frac{1}{n\omega} \sin n\omega t \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

$$= \frac{2A}{T} \frac{1}{n\omega} \sin n\omega \pi/2$$

$$= \frac{2A}{T} \frac{T}{2\pi n} \sin \frac{2\pi n}{T} \pi/2$$

$$= \frac{A}{\pi n} \sin \frac{\pi n T}{T} \quad (\text{sinc'e benzeticez})$$

$$= \frac{A \cdot T/T}{\pi n T/T} \sin \left(\frac{\pi n T}{T} \right) = \frac{A \cdot T}{T} \sin \left(\frac{nT}{T} \right)$$

değer gider

$$c_n = a_n = \frac{A\tau}{T} \operatorname{sinc}\left(\frac{n\tau}{T}\right) \quad \tau = \frac{T}{4}$$

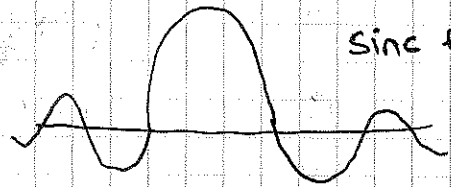
$$c_n = \frac{A}{4} \operatorname{sinc}\frac{n}{4} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$\frac{\sin \frac{\pi n}{4}}{\frac{\pi n}{4}} = 0$$

$$|c_n| = a_n$$

$$A/4$$

Sinc fonksiyonu



Aasıl bulduk?



$$n/T = f$$

Sinüsün sıfır yapan değerler

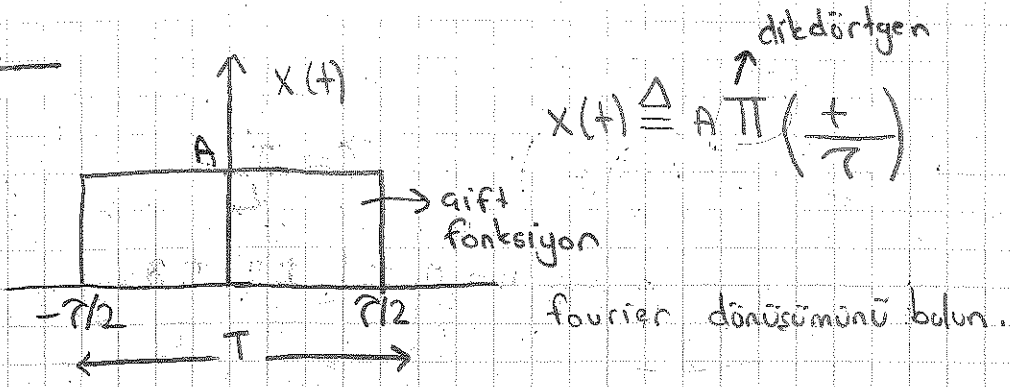
$$\theta_n, \phi_{CA}$$

$$-\pi$$

$$-\pi$$

$$n/T = f$$

Soru:



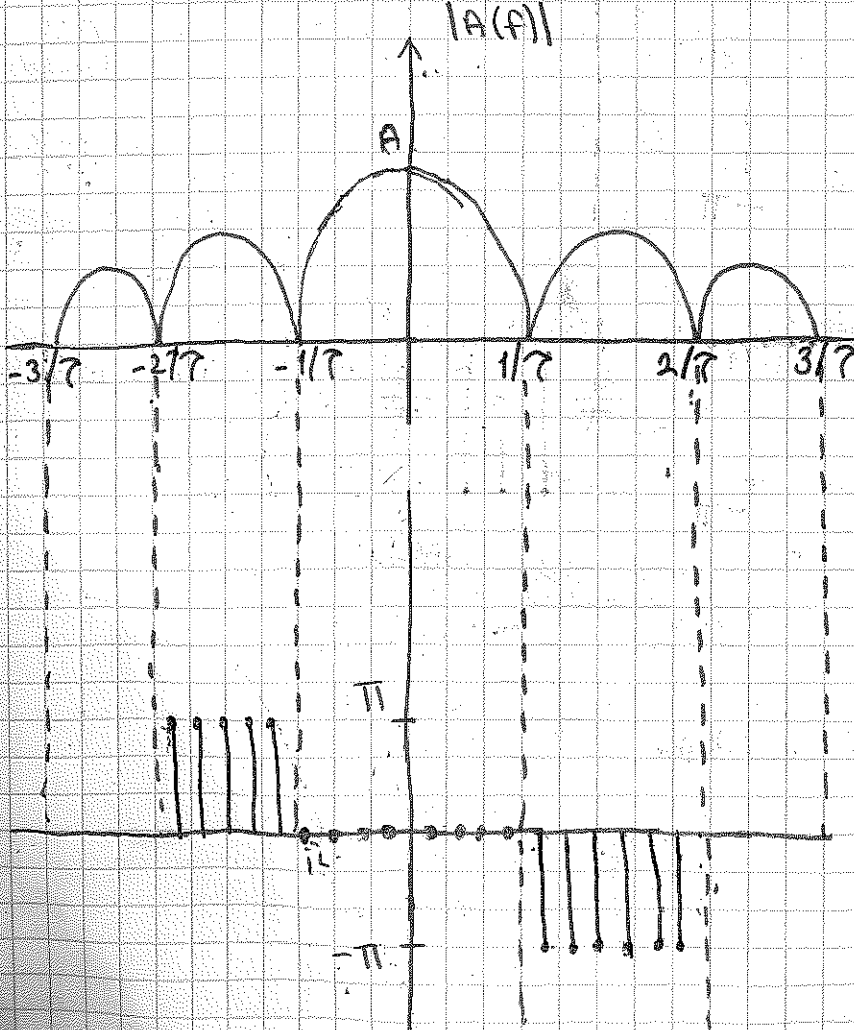
$$A(f) = 2 \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \cos 2\pi f t dt$$

$\frac{1}{T}$ olmaz, ωt olsa $\frac{1}{T}$ başa gelirdi

$$A(f) = 2 \int_{-T/2}^{T/2} A \cdot \cos 2\pi f t dt$$

$$= 2A \cdot \frac{1}{2\pi f} \sin 2\pi f t \Big|_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{A \cdot T}{\pi f} \sin \pi f T = A \cdot T \text{sinc } \pi f T$$



çift fonksiyon

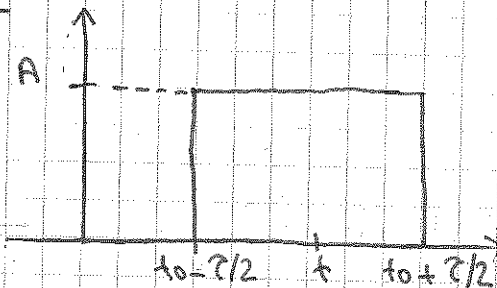
$$A(f) > 0 \quad \arg x(f) = 0$$

$$A(f) < 0 \quad \arg(f) = \begin{cases} -\pi & f > 0 \\ \pi & A < 0 \end{cases}$$

$$C_n \triangleq \frac{1}{\sqrt{E_g \cdot E_x}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) x(t) dt \quad -1 < C_n < 1$$

Senus, sıfırda ortogonal sistemdir

Ödev:



$\frac{1}{T}$ olmaz
Fourier dönüşümünü ve genlik faz spektrumunu çizim.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$\arg X(f) = \arctan\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$$

Gözüm:

$$X(f) = \int_{t_0 - T/2}^{t_0 + T/2} A e^{-j2\pi f t} dt$$

$$= -\frac{A}{j2\pi f} e^{-j2\pi f t} \Big|_{t_0 - T/2}^{t_0 + T/2}$$

$$= -\frac{A}{j2\pi f} \left(e^{-j2\pi f t_0} e^{j\pi f T} - e^{-j2\pi f t_0} e^{-j\pi f T} \right)$$

$$= +\frac{A}{j2\pi f} e^{-j2\pi f t_0} \left(e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T} \right)$$

$$= \frac{A T}{\pi f T} \sin(\pi f T) e^{-j2\pi f t_0} + 2 \sin(\pi f T)$$

$$A \cdot T \cdot \text{sinc}(f T)$$

Üstel Fourier Serileri

$$e^{jn\omega t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$T_0, g(t)$

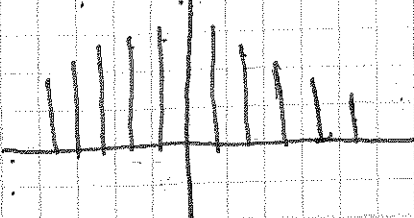
$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega t}$$

↳ üstel olduğunu gösterir

$$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g(t) e^{-jn\omega t} dt$$

$$C_n \cos(n\omega t + \theta_n) = \frac{C_n}{2} \left[e^{j(n\omega t + \theta_n)} + e^{-j(n\omega t + \theta_n)} \right]$$

Genlik



$$= \left(\frac{C_n}{2} e^{j\theta_n} \right) e^{jn\omega t} + \left(\frac{C_n}{2} e^{-j\theta_n} \right) e^{-jn\omega t}$$

D_n

D_{-n}

$$= D_n e^{jn\omega t} + D_{-n} e^{-jn\omega t}$$

Faz



Fourier Dönüşümü ve Ters Fourier Dönüşümü

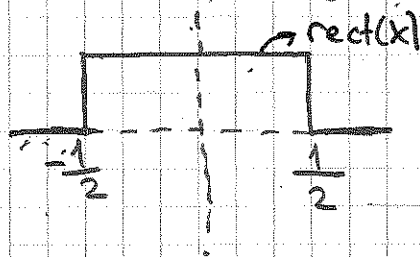
$$g(t) \rightarrow G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$g(t) \Leftrightarrow G(\omega)$$

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Unit Gate Function

$\text{rect}(x) \rightarrow$ unit gate function



$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 0 & |x| > \frac{1}{2} \\ 1/2 & |x| = \frac{1}{2} \\ 1 & |x| < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Örnek:

$$g(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \rightarrow T \text{ zamanında uzunluk}$$
$$G(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{-j\omega t} dt$$

Fourier Dönüşümü Özellikleri

1. Doğrusallık Özelliği

$$x_1(t) \xleftrightarrow{F.D.} X_1(f)$$

$$x_2(t) \xleftrightarrow{F.D.} X_2(f)$$

$$a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \longleftrightarrow a_1 X_1(f) + a_2 X_2(f)$$

2. Zamanda Öteleme

$$x(t) \longleftrightarrow X(f) \text{ ise}$$

$$x(t - t_0) \longleftrightarrow X(f) e^{-j2\pi f t_0}$$

3. Ölçek Değişimi Özelliği

$$x(t) \longleftrightarrow X(f) \text{ ise } x(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} X(f/a)$$

$f(t)$

gerçek ve çift

gerçek ve tek

ne tek ne çift

$F(w) = \mathcal{F}\{f(t)\}$

gerçek ve çift fonksiyon

sanal ve tek

Complex, $F(w) = R(w) + jI(w)$

4. Dualite Teoremi

$$x(t) \longleftrightarrow X(f)$$

$$X(f) \longleftrightarrow x(t)$$

5. Frekansta Öteleme

$$x(t) \longleftrightarrow X(f) \text{ ise}$$

$$x(t) e^{j2\pi f_0 t} \longleftrightarrow X(f - f_0)$$

6. Modulasyon Teoremi

$$x(t) \xleftrightarrow{F.D} X(f)$$

$$x(t) \cos 2\pi f_c t \longleftrightarrow \frac{1}{2} X(f-f_c) + \frac{1}{2} X(f+f_c)$$

$$\cos 2\pi f_c t = \frac{1}{2} e^{j2\pi f_c t} + \frac{1}{2} e^{-j2\pi f_c t}$$

7. Türev Özelliği

$$x(t) \longleftrightarrow X(f) \text{ iken } \frac{dx(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega X(f)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) j2\pi f e^{j2\pi f t} df$$

Fourier Serilerinin Kompleks Formu

$f(t)$, T , f_0

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

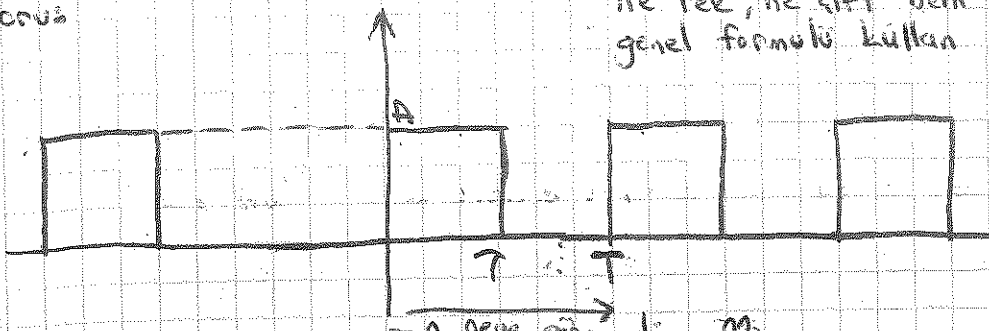
$$C_n = \frac{1}{T} \int_T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \rightarrow \text{kompleks genlik spektrumu}$$

Genlik spektrumu: $|C_n|$

Faz spektrumu: $\text{Arg}(C_n)$

Scorus

ne tek, ne çift belli değil
genel formülü kullan



$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

nege göre geliyor?

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T A \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$= -\frac{A}{T} \frac{1}{jn\omega_0} \left[e^{-jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 \cdot 0} \right]$$

$$= \frac{A}{T} \left(\frac{1}{-jn\omega_0} \right) \left[e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} - e^{-\frac{jn\omega_0 \cdot 0}{2}} \right]$$

$$= \frac{A}{T} \left(\frac{1}{-jn\omega_0} \right) \left[e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} \cdot e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} - e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} \cdot e^{\frac{jn\omega_0 T}{2}} \right]$$

$$= \frac{A}{T} \left(\frac{1}{-jn\omega_0} \right) e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} \left[e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} - e^{\frac{jn\omega_0 T}{2}} \right]$$

$$= \frac{A}{T} \left(\frac{1}{-jn\omega_0} \right) e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} \left[-2j \sin\left(\frac{n\omega_0 T}{2}\right) \right]$$

$$= \frac{2A}{n\omega_0 T} e^{-\frac{jn\omega_0 T}{2}} \sin\left(\frac{n\omega_0 T}{2}\right)$$

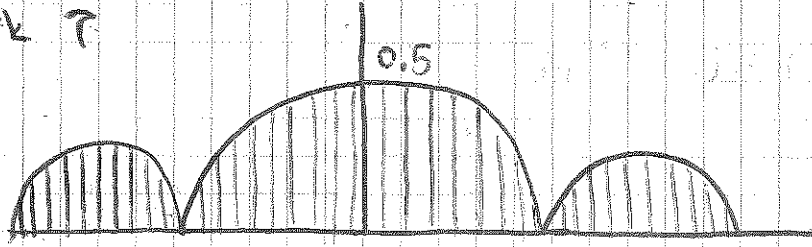
$$= \frac{AT/T}{n\pi T/T} e^{-\frac{jn\pi T}{T}} \sin\left(\frac{n\pi T}{T}\right)$$

$$C_n = \frac{AT}{T} \text{sinc}\left(\frac{nT}{T}\right) e^{-\frac{jn\pi T}{T}}$$

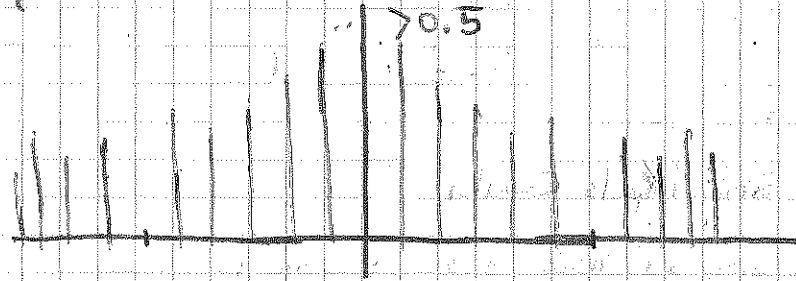
NOT **

1) Verilen bir T periyodu için, τ değeri spektrumdaki güç dağılımını belirler.

küçük τ

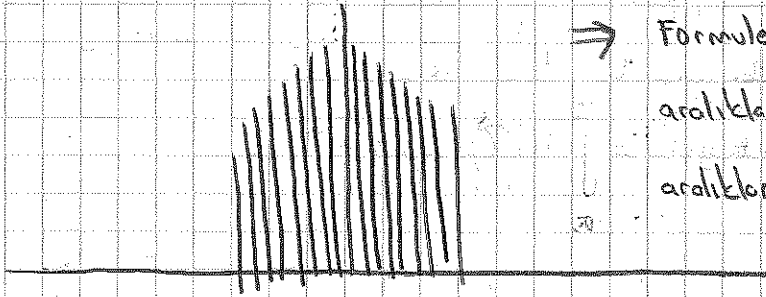


büyük τ



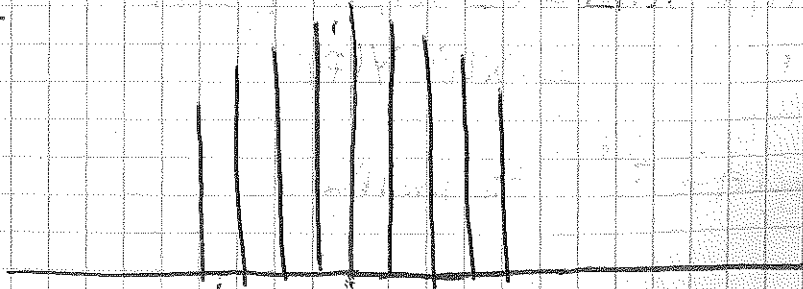
2) $\tau \rightarrow$ darbe genişliği için, T periyodu güç spektrumu dağılımını belirler.

büyük T

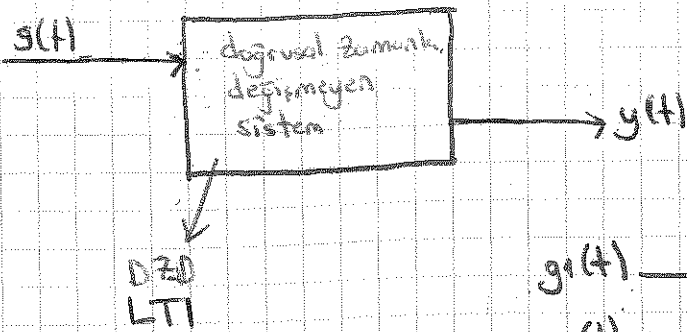


$\Rightarrow$ Formüle göre T büyürse aralıklar küçülür. T küçülürse aralıklar büyür

küçük T



Lineer sistemler



$$g_1(t) \rightarrow y_1(t)$$

$$g_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

$$g_1(t) + g_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

$$g(t) \rightarrow y(t)$$

$$g(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$

Bir DZD Sistemin Birim Impuls Cevabı

Bir DZD sistemde giriş sinyalinin $\delta(t) \rightarrow$ dirac fonksiyonu olduğunu varsayalım

• $h(t)$ 'ye birim impuls cevabı denir

• $h(t)$ 'yi kullanarak, konvolüsyon formülü ile, giriş sinyali - çıkış sinyali arasında aşağıdaki gibi bir ilişki görülebilir.

$$y(t) = h(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

Soru: $\text{sinc}(t) * \text{sinc}(t) = \text{sinc}(t)$ olduğunu ispatlıcaz.

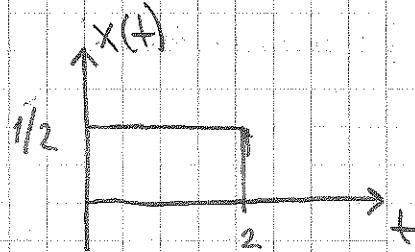
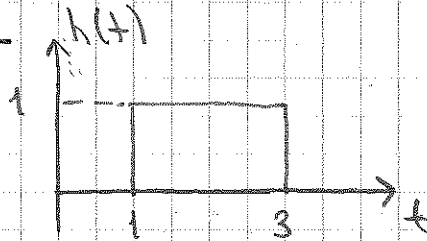
$$\begin{aligned} F[X(t) * y(t)] &= F[X(t)] \cdot F[y(t)] \\ &= X(f) \cdot Y(f) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sinc}(t) * \text{sinc}(t) &= F^{-1} [F[\text{sinc}(t) * \text{sinc}(t)]] \\ &= F^{-1} [F(\text{sinc}(t)) \cdot F(\text{sinc}(t))] \\ &= F^{-1} [\Pi(f) \cdot \Pi(f)] \end{aligned}$$

$$= F^{-1}[\Pi(f)]$$

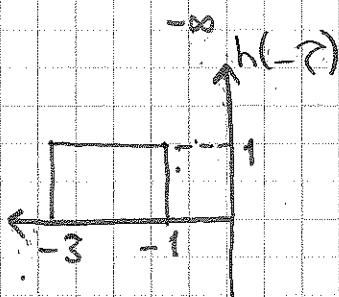
$$= \text{sinc}(t)$$

örnek:

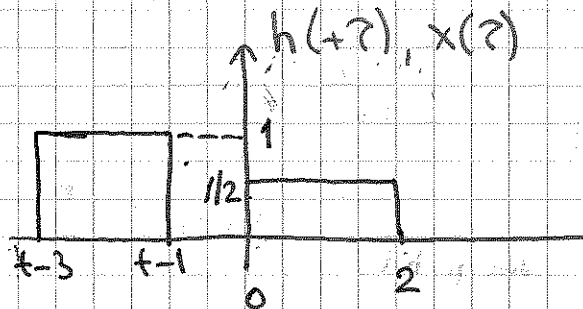


D2D sistem için $y(t)=?$

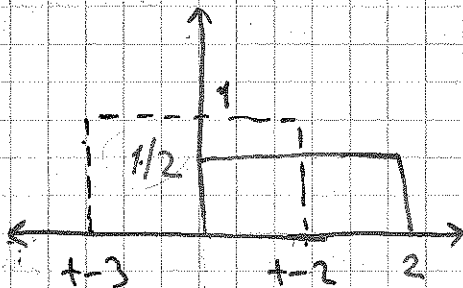
$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau$$



$\Rightarrow$



1. durum

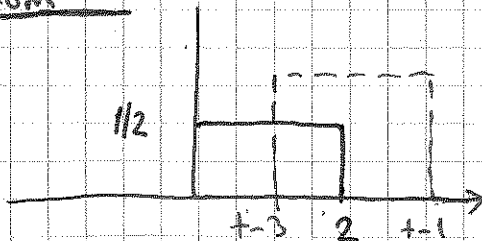


$t-1 \leq 0$ iken; $y(t)=0$

$$0 \leq t-1 \leq 2 \text{ iken; } y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_0^{t-1} \frac{1}{2} \cdot 1 d\tau = \frac{1}{2} (t-1)$$

2. durum



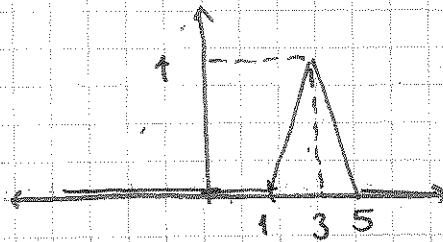
$t-3 > 2$ $y(t)=0$

$$0 < t-3 \leq 2 \text{ } y(t) = \int_{t-3}^2 \frac{1}{2} \cdot 1 d\tau$$

$$y(t) = \frac{1}{2} (2 - (t-3))$$

$$y(t) = \frac{5-t}{2}$$

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ \frac{1}{2}(t-1) & 1 < t \leq 3 \\ \frac{5-t}{2} & 3 < t \leq 5 \\ 0 & t > 5 \end{cases}$$



Frekans Durumunda Sistem cevabı

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau$$

F.D

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot e^{-j2\pi ft} d\tau dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(u) e^{-j2\pi f(u+\tau)} d\tau dt$$

$\begin{cases} t - \tau = u \\ t = u + \tau \end{cases}$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h(u) e^{-j2\pi fu} du$$

* $Y(f) = X(f) \cdot H(f) \rightarrow$ frekans durumunda convolasyon görürsünüz oldu

* $Y(f) = X(f) \cdot H(f) \xrightarrow{\text{T.F.D}} y(t) = x(t) * h(t)$

* $Y(f) = F\{y(t)\} \rightarrow H(f) \Rightarrow$ transfer fonk. $H(f) = |H(f)| \cdot e^{j\theta(f)}$

* $X(f) = F\{x(t)\} \rightarrow |H(f)| \rightarrow$ DSD sistemin genlik cevabı (güç)

* $H(f) = F\{h(t)\} \rightarrow \theta(f) \rightarrow$ DSD sistemin faz cevabı (tek)

* $|Y(f)| = |X(f)| \cdot |H(f)|$

* $\arg Y(f) = \arg X(f) + \theta(f)$

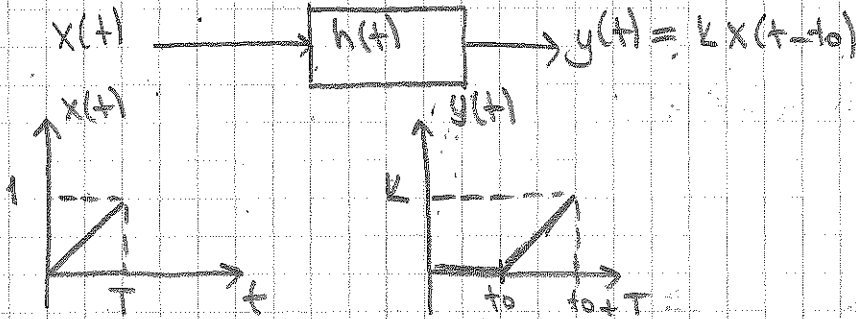
* $H(-f) = H^*(f)$

* $|H(-f)| = |H(f)|$

* $\theta(-f) = -\theta(f)$

Düğüsal Sistemlerde Bozunma

$y(t) = Kx(t - t_0) \rightarrow$ sistem bozunmasıdır.

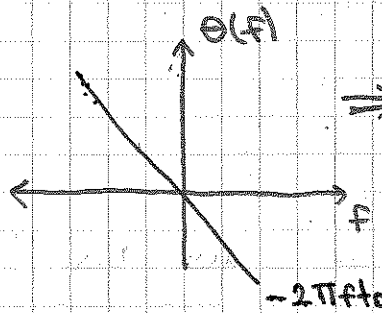
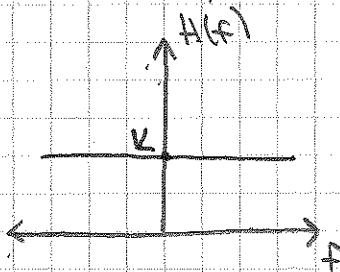


$$y(t) = Kx(t - t_0) \longleftrightarrow Y(f) = KX(f) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

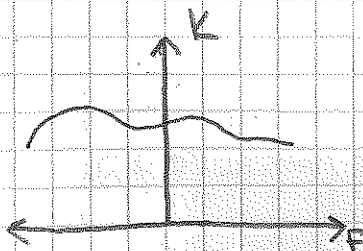
$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = K \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

$|H(f)| = K \rightarrow$ genlik ceabı

$\theta(f) = -2\pi f t_0 \rightarrow$ faz ceabı



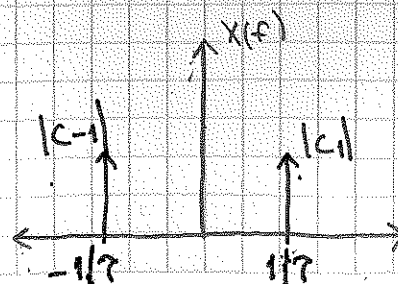
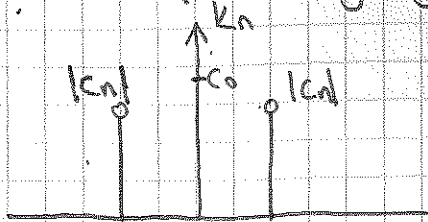
$\Rightarrow$ Bozunmasız sistem



$\Rightarrow$ Bozunmalı Sistem

$\theta(f)$ orjinden geçmiyorsa bozunmalı sistemdir

Enerji Spektral Yoğunluğu



$$\text{Enerji} \Rightarrow E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x(t) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) e^{j2\pi ft} df dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j2\pi ft} dt df$$

T.F.D

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) \cdot x(-f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) \cdot x^*(f) df$$

$$\Rightarrow E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(f)|^2 df \Rightarrow S(f) = |x(f)|^2$$

↳ enerji spektral yoğunluğu

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(f)|^2 df \rightarrow \text{Parseval Eşitliği}$$

$$S(f) = |x(f)|^2$$

$$1) S(f) = |x(f)|^2$$

$$2) S(f) = S(-f)$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot x(t+\tau) dt$$

$$= \lim_{\tau \rightarrow 0} R(\tau)$$

$R(\tau) \rightarrow$ Otokorelasyon Fonksiyonu

$$R(\tau) \rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+\tau) dt = \langle x(t) \cdot x(t+\tau) \rangle$$

Periyodik Bir İşaretin Öt İlişki Fonksiyonu ve Güç Spektral Yoğunluğu ve Toplam Gücünün Bulunması

$T \rightarrow nT_0$ $x(t)$ periyodik olsun. $x(f) = X(f + T_0)$

$$R(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cdot x(t+\tau) dt$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \cdot e^{j\omega_0 k t} \quad , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$R(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \cdot e^{j\omega_0 k t} \cdot \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l \cdot e^{j\omega_0 l (t+\tau)} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} 1 \cdot e^{j\omega_0 (k+l)t} dt = \begin{cases} 1, & k = -l \\ 0, & k \neq -l \end{cases}$$

$$R(\tau) = \sum_{R=-\infty}^{\infty} C_{-R} \cdot C_R \cdot e^{j\omega_0 R \tau} \cdot 1$$

$$R(\tau) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} |C_l|^2 \cdot e^{j\omega_0 l \tau}$$

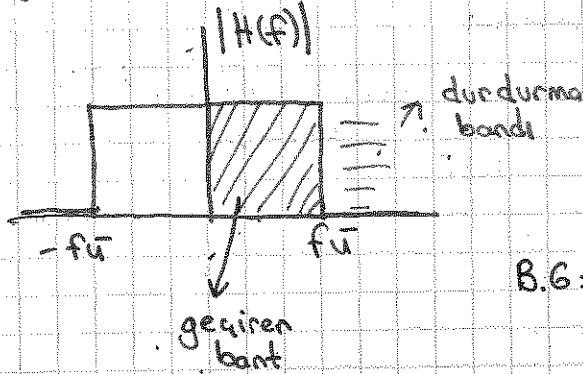
Güç Spektrumu

$$G(f) = F\{R(\tau)\} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} |C_l|^2 \delta\left(f - \frac{l}{T_0}\right)$$

Süzgeç - Filtreler

1. ideal Alçak Geçiren Filtre (AGF)

(Low Pass Filter - LPF)

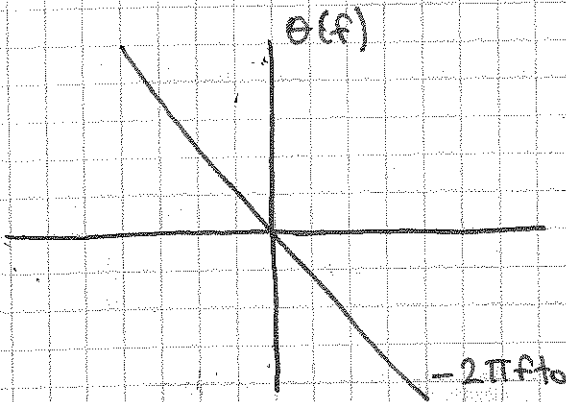


$$H(f) = \begin{cases} K \cdot e^{-j2\pi f t_0} & |f| \leq f_u \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

$$B.G = f_{üst} - f_{alt}$$

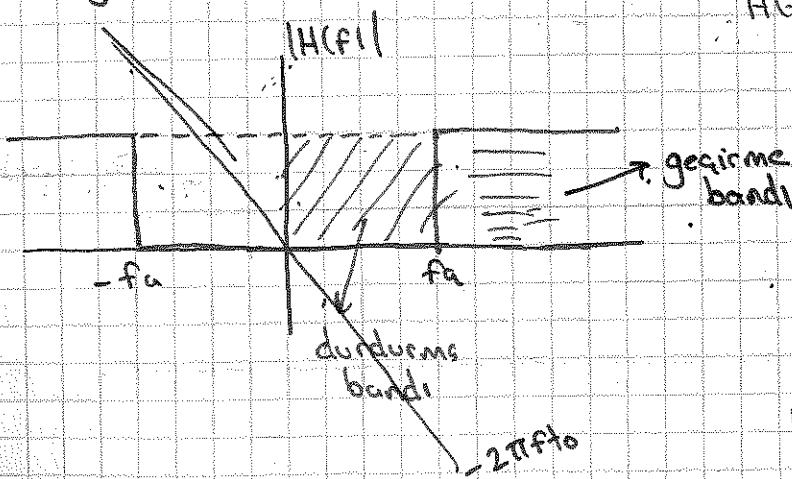
$$= f_{üst} - 0$$

$$B.G = f_{üst}$$



2. ideal Yüksek Geçiren Filtre (YGF)

(High Pass Filter - HPF)



$$H(f) = \begin{cases} K \cdot e^{-j2\pi f t_0} & |f| > f_a \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

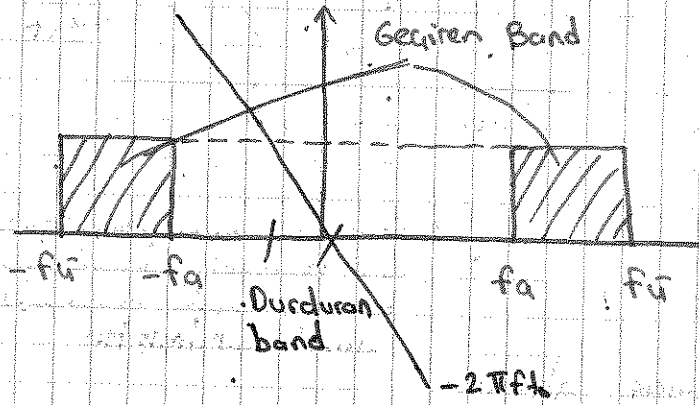
$$B.G = f_{üst} - f_{alt}$$

$$= \infty - 0$$

$$B.G = \infty$$

3. ideal Bant Geçiren Filtre (BGF)

(Band Pass Filter BPF)

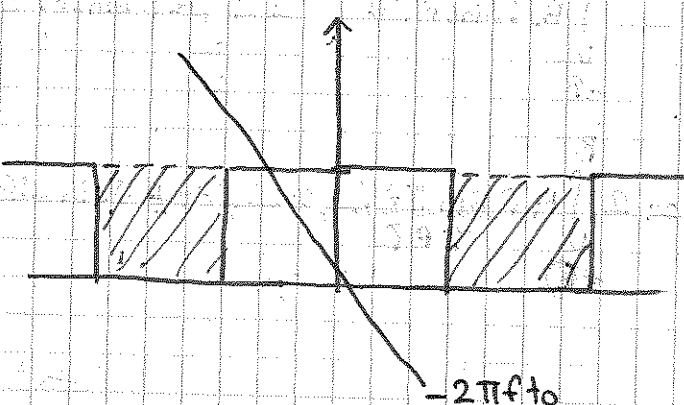


$$H(f) = \begin{cases} K \cdot e^{j2\pi f t_0} & f_1 \leq |f| \leq f_2 \\ 0, & \text{diğinde} \end{cases}$$

$$B.G = f_a - f_u$$

4. ideal Bant Durdurma Filtre (BDF)

(Band Stop Filter BSF)

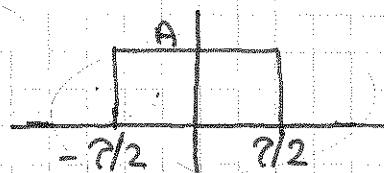


$$H(f) = \begin{cases} K \cdot e^{-j2\pi f t_0} & f_1 \leq |f| \leq f_2 \\ 0, & \text{diğinde} \end{cases}$$

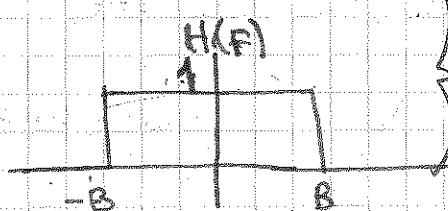
$$B.G = f_2 - f_1$$

Örnek:

$$x(t) = A \Pi\left(\frac{t}{\tau}\right)$$



$$H(f) = \Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$$



D2D bir sistem için

$y(t) = ?$

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f)$$

$$X(f) = A \cdot \tau \operatorname{sinc}(f\tau)$$

⇒ Normalde sinc fonksiyonunun Ters Fourieri vardır ama burdaki sinc frekansla sinüslenmiştir

$H(f)$ 'yi $-B$ ile B aralığında alıyoruz

$$Y(f) = A \cdot \tau \operatorname{sinc}(f\tau) \cdot 1, |f| \leq B$$

T.F.D

← olursa Fourier
Ters Fourier

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f) \cdot e^{j2\pi ft} df = \int_{-B}^B A \cdot \tau \operatorname{sinc} f\tau e^{j2\pi ft} df = 2 \int_0^B A \cdot \tau \operatorname{sinc} f\tau e^{j2\pi ft} df$$

$$= 2 \int_{-B}^B A \tau \frac{\sin \pi f\tau}{\pi f\tau} (\cos 2\pi ft + j \sin 2\pi ft) df$$

$$= \frac{2A}{\pi} \int_0^B \frac{1}{f} \sin \pi f\tau \cdot \cos 2\pi ft df$$

$$= \frac{2A}{\pi} \int_0^B \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2} [\sin 2\pi f(t + \tau/2) - \sin 2\pi f(t - \tau/2)] df$$

$$= \frac{A}{\pi} \left[\int_0^B \frac{1}{f} \sin 2\pi f(t + \tau/2) df - \int_0^B \frac{1}{f} \sin 2\pi f(t - \tau/2) df \right]$$

$B \rightarrow$ AGF'nin bant genişliği

$T \rightarrow$ giristeki darbenin serisi

$B \uparrow \rightarrow$ arttıkça, şekil dikdörtgene yaklaşır

$B \gg \frac{1}{T} \rightarrow$ darbe sıklığı çok az, bozulmuş olarak yansır

$B \ll \frac{1}{T} \rightarrow$ darbe sıklığı büyük, saçılmaya uğrar

MODULASYON TİPİLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

A) Taşıyıcı Dalgaya Göre

1. Sürekli Dalgı Modulasyonu

$\rightarrow$ Burada taşıyıcı dalgı genellikle sinüsoidal ifarettir

* Genlik Modulasyonu

- Taşıyıcı genlik mod.
- Çift Yan Bant mod.
- Tek Yan Bant mod.
- Artık Yan Bant mod.

* Açı Modulasyonu

- Faz mod.
- Frekans mod.

2. Darbe Modulasyonu

- Darbe Genlik Mod.
- Darbe Yeri Mod.
- Darbe Süresi Mod.
- Darbe Kod Mod.

B) Bilgi İfareetine Göre

1. Analog Mod

2. Sayısal Mod

* ASK $\rightarrow$ genlik kaydırma

* FSK

* PSK

Modulasyon ihtiyacı

1. Anten uzunluğu

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$l_{min} = \frac{\lambda}{4} \text{ anten boyu}$$

2. Birden fazla işaretin transmisyonu (iletimi) *

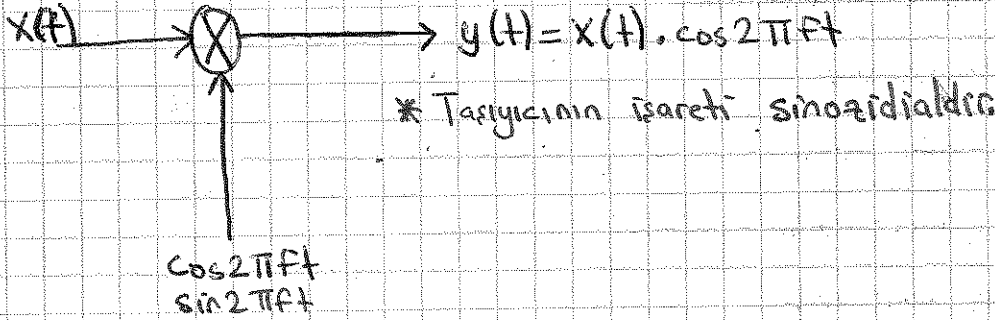
3. Kanal gürültüsünü azaltmak.

internal noise $\rightarrow$ maddenin yapısından kaynaklı buna yapacak birşey yok.

external noise

Frekans Öteleme

* $X(t)$ 'nin frekans ötelenmesi $\cos$ ya da $\sin$ ile çarpılması ile olur



Genlik Modulasyonu (GM) (Amplitude Modulation)

Tanımı: $\cos 2\pi f_c t$ şeklinde taşıyıcı bir dalga'nın genliğini;

$$A(t) = A_c [1 + m x(t)] \text{ biçiminde;}$$

bilgi işareti $X(t)$ 'nin bir fonksiyonu olarak değiştirilmesi işlemine genlik modulasyonu denir

$$X_c(t) = A_c [1 + m x(t)] \cdot \cos 2\pi f_c t, \text{ GM işaret}$$

A_c = Modulasyona taşıyıcının genliği

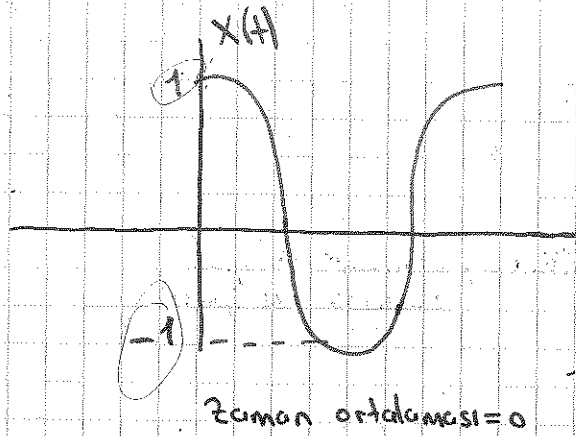
f_c = taşıyıcı dalga'nın frekansı

$A(t)$ = Genlik modulasyonlu işaretin zarfı

m = modulasyonun derecesi (derinliği)

$x(t) \rightarrow$ Bilgi işareti

$$[1 + mx(t)] > 0 \quad \forall t \text{ için}$$



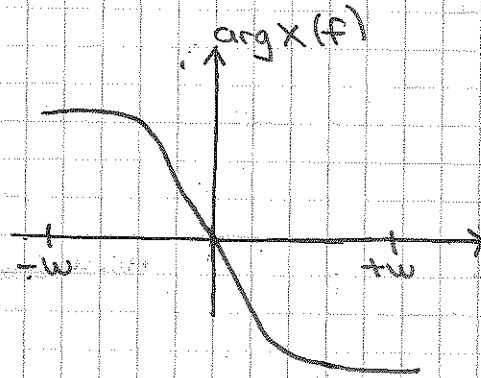
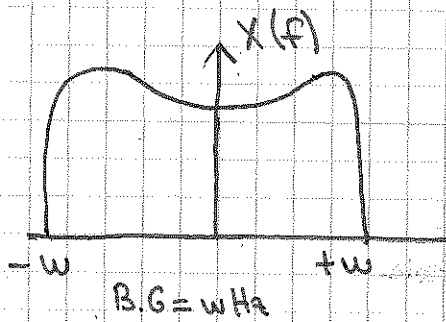
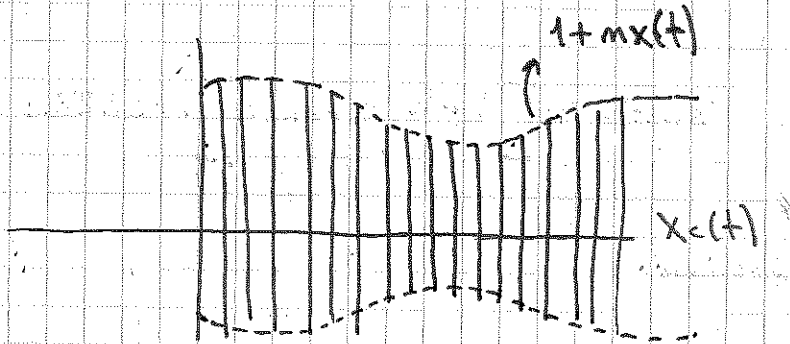
$$|mx(t)| < 0$$

$$|x(t)| \leq 1$$

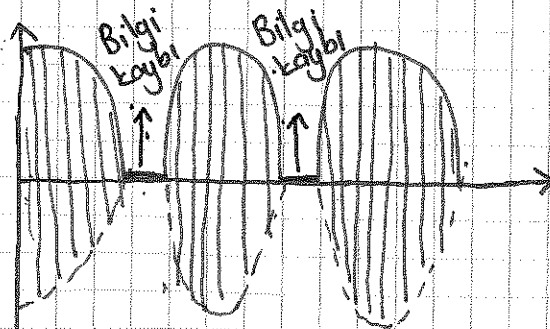
$$\langle x(t) \rangle = 0$$

normalize işaret kabul ediliyor.

zaman ortalaması DC işaret



$m > 1 \rightarrow$ aşırı modülasyon (over modulation) } Bilgi kaybına neden olur.



Aşırı modülasyon olmaması için gerekli koşullar

1. $0 < m \leq 1$

2. $|x(t)| \leq 1$ ve $\langle x(t) \rangle = 0$

Bilgi işareti = Bilgi işareti $x(t)$, koşulları sağlamıyorsa, modülasyon işareti standart hale getirilir.

$$x_c(t) = A_1 [1 + kx_1(t)] \cdot \cos 2\pi f_c t \rightarrow \text{standart formda olmayan Gm işareti}$$

$$x_1(t) = a + bx(t)$$

a: $x_1(t)$ 'nin ortalama değeri $\Rightarrow a \triangleq \langle x_1(t) \rangle$

b: $x_1(t)$ 'nin ortalama değere göre en büyük sapması $\Rightarrow b = \max(|x_1(t) - a|)$

$$x(t) = \frac{x_1(t) - a}{b}$$

$$x_c(t) = A_1 [1 + k(a + bx(t))] \cdot \cos 2\pi f_c t$$

$$\left. \begin{aligned} A_c &= A_1(1 + ka) \\ m &= \frac{kb}{1 + ka} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{şeklinde} \\ \text{seçilir} \end{array}$$

$$x_c(t) = A_c [1 + mx(t)] \cdot \cos 2\pi f_c t \text{ şekilde standart forma getirilir}$$

$$m = \frac{V_m}{V_c}$$

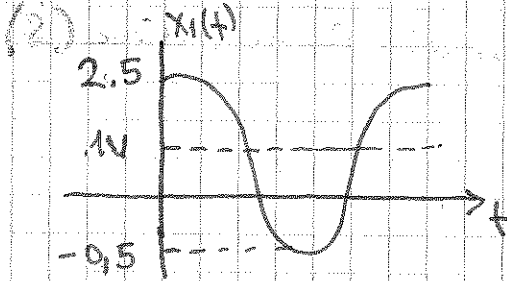
$$A_c = \frac{C_{\max} + C_{\min}}{2}$$

$$m = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\max} + C_{\min}}$$

$$A_m = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{2}$$

Örnek= $X_c(t) = \frac{A_1}{2} \left[1 + \frac{3}{2} X_1(t) \right] \cos 2\pi f_c t$ GM işareti veriliyor.

$X_1(t)$ işareti aşağıdaki gibi ise, GM işaretini standart forma getiriniz.



$$a = \langle X_1(t) \rangle = 1$$

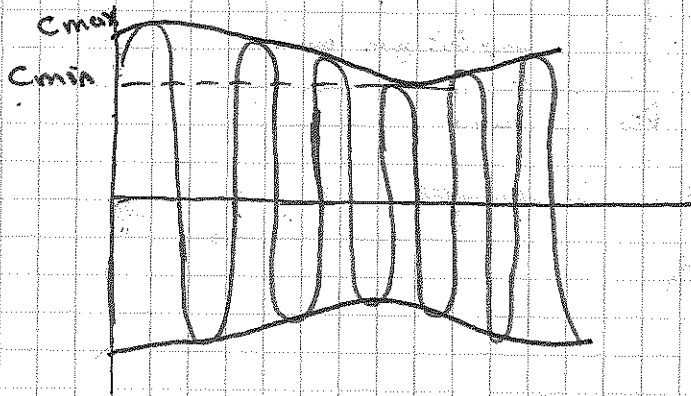
$$b = \max |X_1(t) - a| = 1.5$$

$$m = \frac{k \cdot b}{1 + k \cdot a} = \frac{3/2 \cdot 3/2}{1 + \frac{3}{2} \cdot 1} = 0.9$$

$$A_c = A_1 (1 + k \cdot a)$$

$$= 2 \left(1 + \frac{3}{2} \right) = 5$$

$$X_c(t) = 5 \left[1 + 0.9 X_1(t) \right] \cos 2\pi f_c t$$



$$C_{\max} = A_c [1 + m]$$

$$C_{\min} = A_c [1 - m]$$

$$m = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\max} + C_{\min}}$$

$$A_c = \frac{C_{\max} + C_{\min}}{2}$$

$$X_c(t) = A_c [1 + m X_1(t)] \cos 2\pi f_c t$$

Soru: $U_{\max} = 5.9 \text{ div}$
(p-p)

$$U_{\min} (p-p) = 1.2 \text{ div}$$

a) modülasyon indisi (m) = ?

b) Dikey oran 2V/div; V_c , U_m , m

Görüm

a) $m = \frac{5.9 - 1.2}{5.9 + 1.2} = 0.662$

b) $V_c = \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2} = 3.55$

$$3.55 \times 2 = 7.1 \text{ volt}$$

$$V_m = \frac{V_{max} - V_{min}}{2} = 2.35$$

$$2.35 \times 2 = 4.7 \text{ Volt}$$

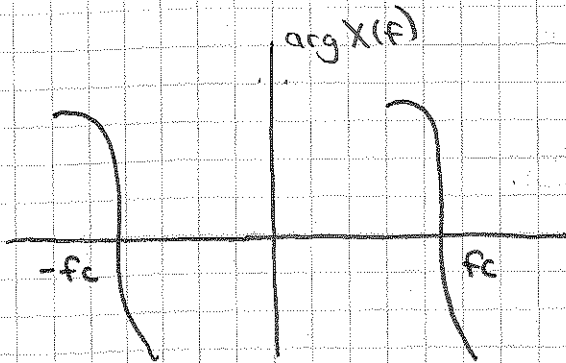
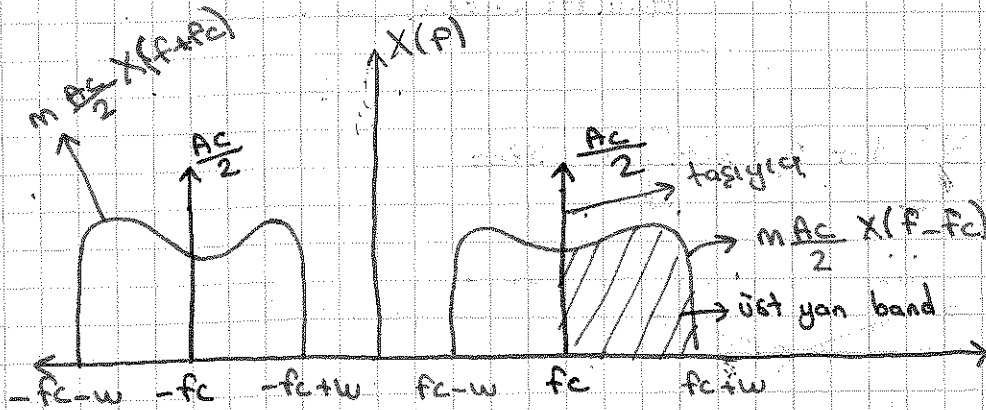
$m =$

GM işaretinin Frekans Spektrumu

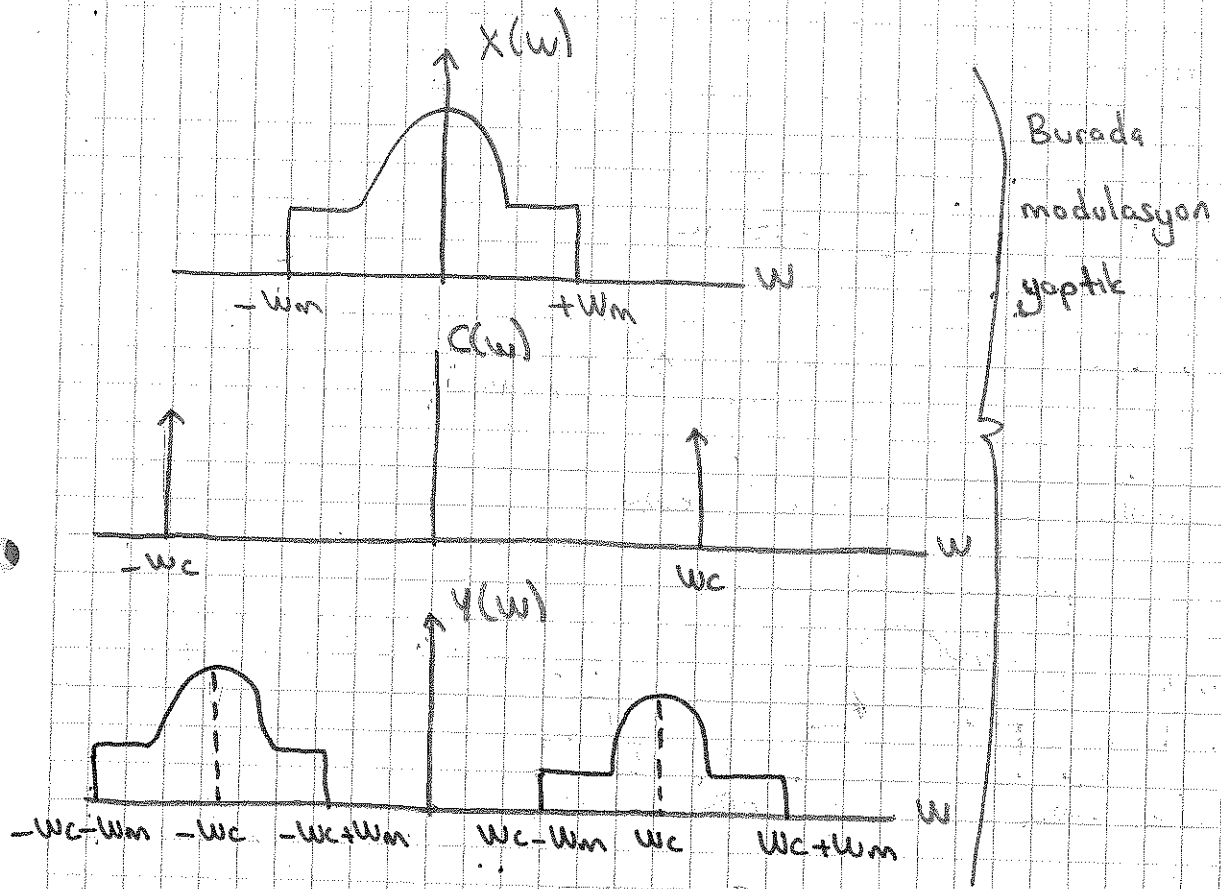
$$X_c(t) = A_c [1 + m x(t)] \cdot \cos 2\pi f_c t \rightarrow \text{cosinüsün fourieri dirac(s)} \downarrow \text{F.O}$$

$$\frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{m \cdot A_c}{2} [X(f - f_c) + X(f + f_c)]$$

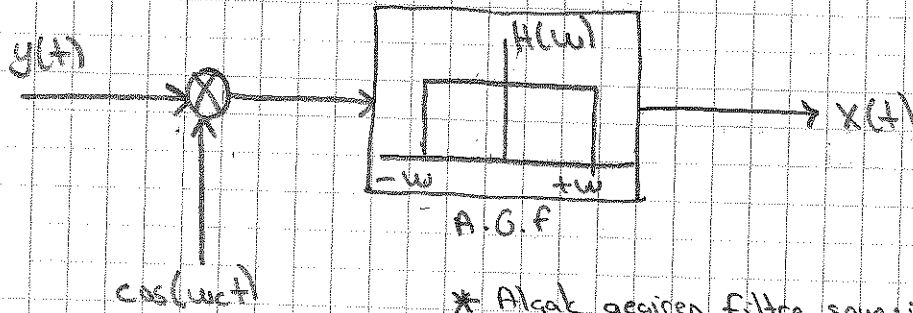
$$X_c(t) = A_c \cdot \cos 2\pi f_c t + A_c m x(t) \cdot \cos 2\pi f_c t$$



Modulation Graphics

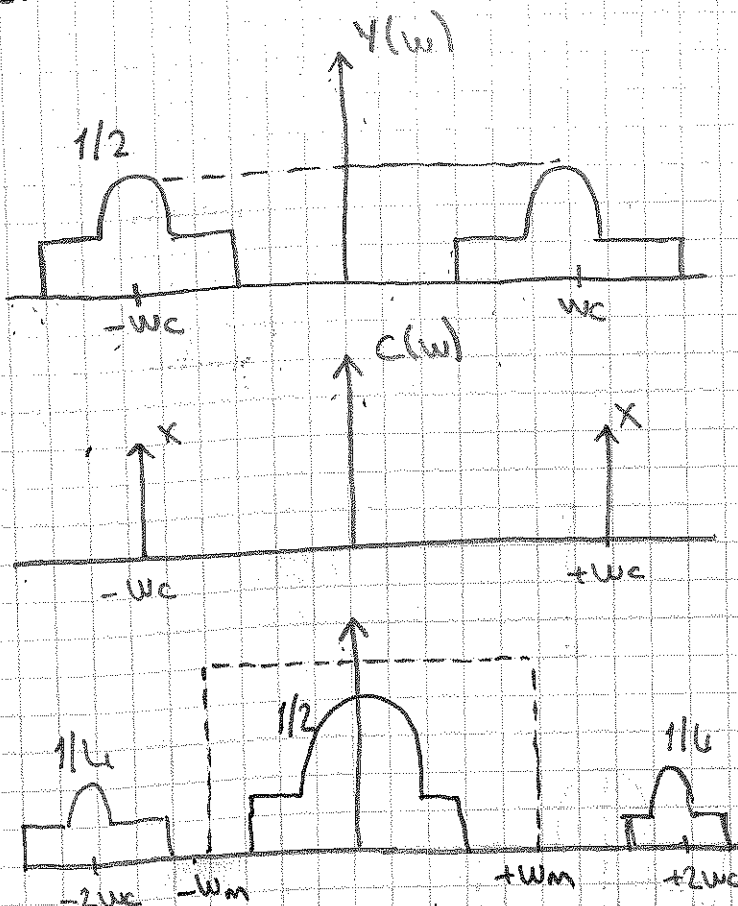


∴ Temel band işarete nasıl Geri Dönerim?
(Demodulation)



* Alçak geçiren filtre sayesinde $-w$, $+w$ arasında sinyal işareti olur. Yani eski haline döner.

Demodulation Graphics



GM işaretinin Ortalama Gücü

$$P_T = \langle X_c^2(t) \rangle = \lim_{T_c \rightarrow \infty} \frac{1}{T_c} \int_{-T/2}^{T/2} X_c^2(t) dt \quad T_c \triangleq \frac{1}{f_c} ; \langle x(t) \rangle = 0$$

$f_c \gg w$

$$X_c(t) = A_c [1 + m x(t)] \cos 2\pi f_c t$$

$$= \lim_{T_c \rightarrow \infty} \frac{1}{T_c} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} A_c^2 [1 + m x(t)]^2 \cdot \cos^2 2\pi f_c t dt$$

$$P_T = \frac{A_c^2}{2} + \frac{m A_c^2}{2} \cdot \langle x^2(t) \rangle$$

$$P_T = P_c + 2 R_{VB}$$

taşıyıcının
gücü

Tek bir yan bant

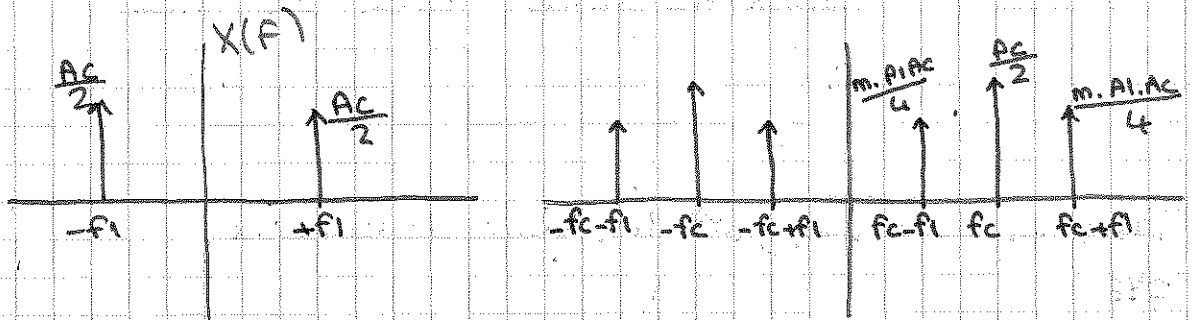
$$\eta = \frac{P_{VB}}{P_T}$$

verimlilik

Örnek: $X(t) = A_1 \cos 2\pi f_1 t \rightarrow$ tek ton bir işaret

$$X(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)]$$

$$X_c(t) = A_c [1 + m A_1 \cos 2\pi f_1 t] \cos 2\pi f_c t$$



$$P_T = \frac{A_c^2}{2} + \frac{m^2 A_c^2}{2} \langle X^2(t) \rangle$$

$$\begin{aligned} \langle X^2(t) \rangle &= \langle A_1^2 \cos^2 2\pi f_1 t \rangle \\ &= \langle A_1^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\pi f_1 t \right) \rangle \end{aligned}$$

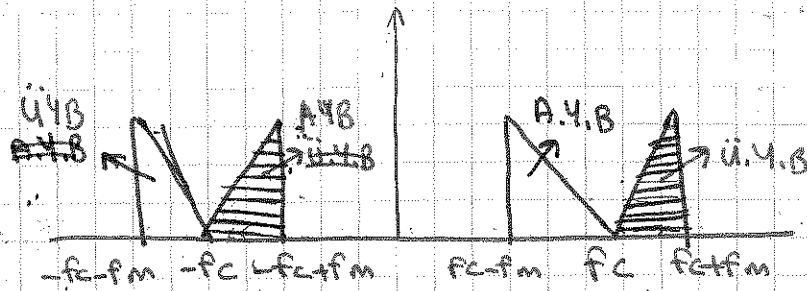
$$\boxed{\langle X^2(t) \rangle = \frac{A_c^2}{2} + \frac{m^2 A_c^2 A_1^2}{4}}$$

$$P_T = \left(\frac{A_c^2}{4} + \frac{m^2 A_1^2 A_c^2}{16} + \frac{m^2 A_1^2 A_c^2}{16} \right) \times 2$$

Aşırı Modülasyon

$m > 1$ bilgi kaybı olur

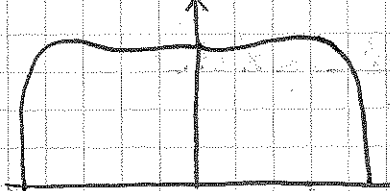
$$m = \frac{V_m}{V_c}$$



$$B.G = f_{Ü.Y.B} - f_{A.Y.B}$$

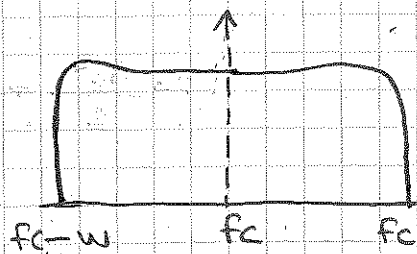
Taşıyıcısı Bastırılmış Gitt. Yan. Bant Modülasyonu

Ü.Y.B



$$P_T = P_c + 2P_{YB}$$

Tek bir yan bant



$$P_T = 2P_{YB}$$

* Taşıyıcı bastırılmış sinyalin avantajı enerji tasarrufudur. Bir de taşıyıcı için enerji vermeye gerek yok.

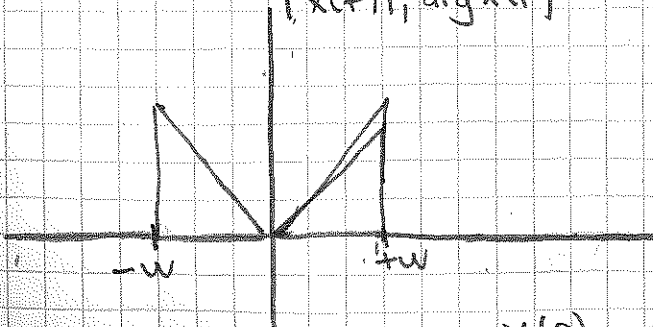
$$x_c(t) = x(t) \cdot A_c \cos 2\pi f_c t$$

$$x_c(t) = A_c \cdot x(t) \cdot \cos 2\pi f_c t \rightarrow \text{Ü.Y.B işaret}$$

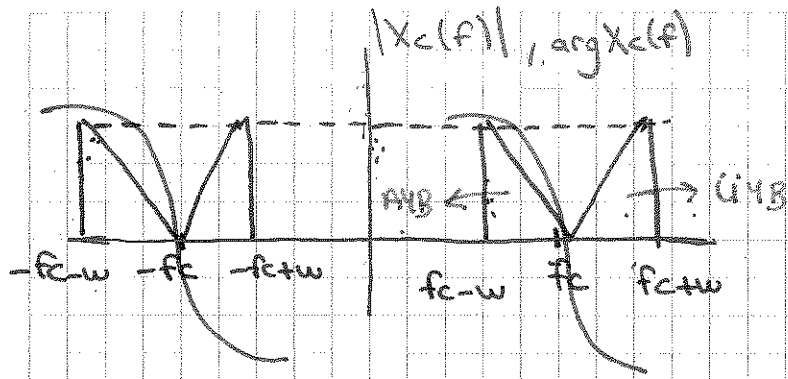
$$P_{YB} = \frac{A_c^2}{4} \langle x^2(t) \rangle$$

$$P_T = 2P_{YB} = \frac{A_c^2}{2} \langle x^2(t) \rangle$$

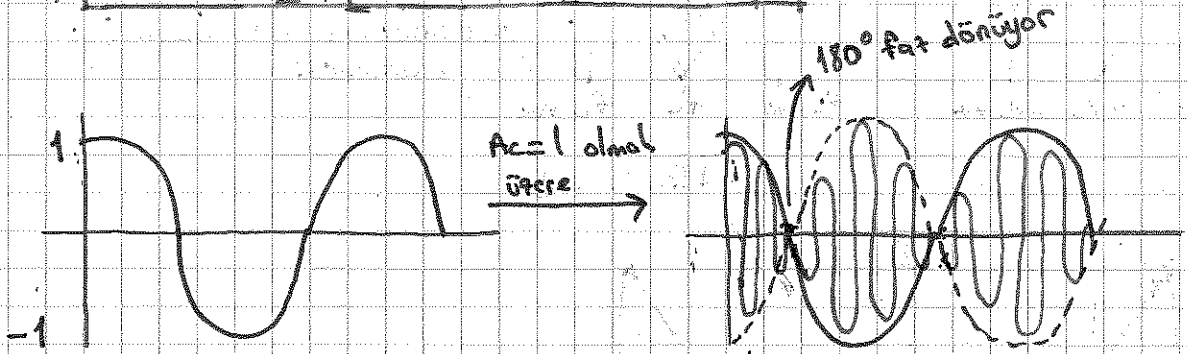
$|x(f)|, \arg x(f)$



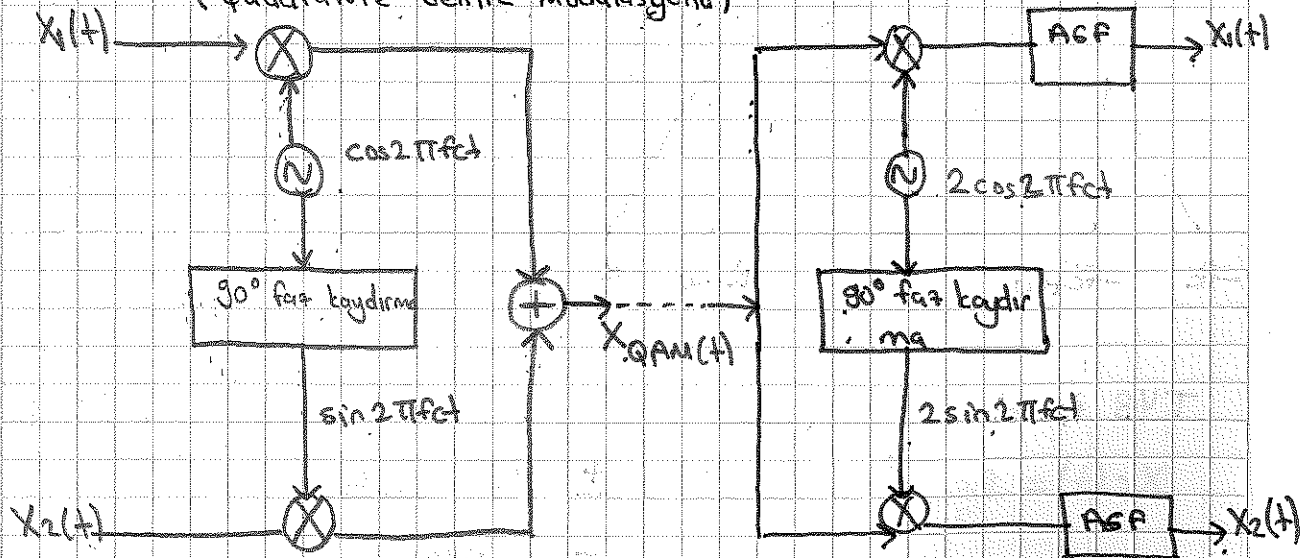
$$X(f) = \frac{A_c}{2} [S(f-f_c) + S(f+f_c)]$$



$$X_c(f) = \frac{A_c}{2} [X(f-f_c) + X(f+f_c)]$$



QAM → Quadrature Amplitude Modulating
(Quadrature Genlik Modülasyonu)



$$x_{QAM}(t) = x_1(t) \cdot \cos 2\pi f_c t + x_2(t) \sin 2\pi f_c t$$

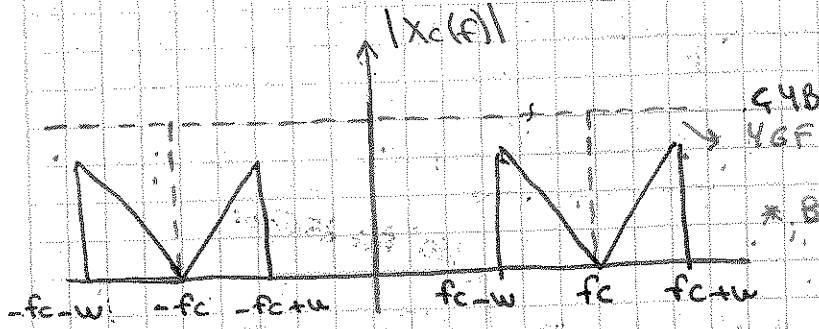
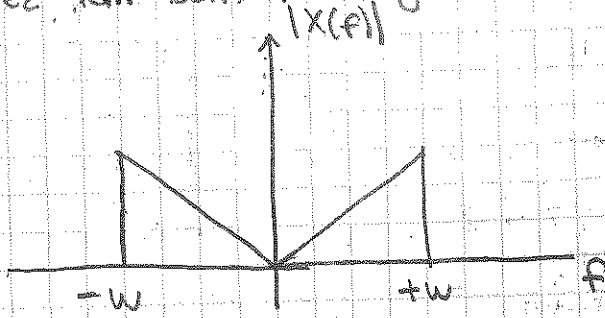
üst yan bant I (In phase)

Alt yan bant Q (Quadrature)

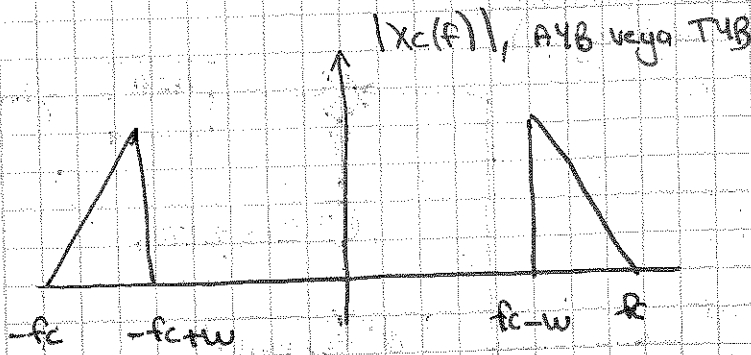
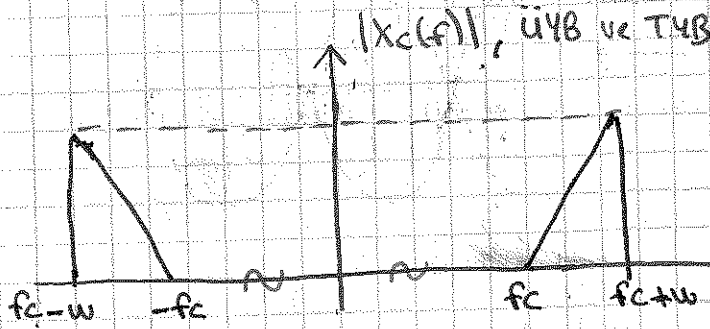
2 bilgi kan. farklı şekilde gönderilir?

01
10
00
11

Tek Yan Bant Modülasyonu (TYB)



* Bu Burada 4GF taşıyıcıyı bastırıyor



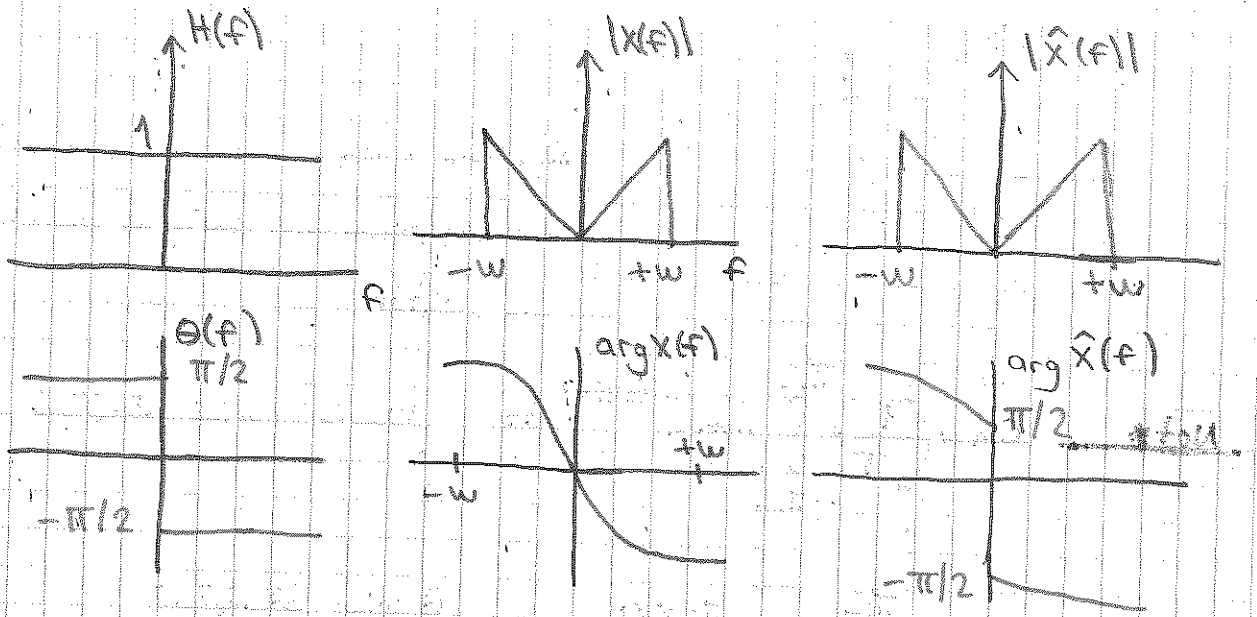
TYB işaret

$$X_c(t) = \frac{A_c}{2} \left[x(t) \cos 2\pi f_c t \pm \hat{x}(t) \sin 2\pi f_c t \right]$$

+ → AYB
- → ÜYB

$\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$ 'nin Hilbert dönüşümü

$$\hat{x}(t) \triangleq x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad x(t) \xrightarrow{\text{Hilbert Dönüşümü}} \hat{x}(t)$$



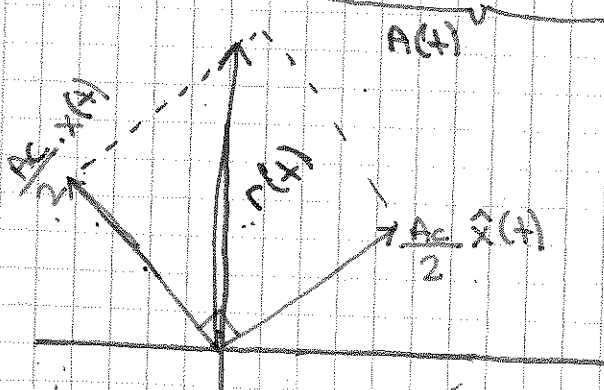
Hilbert Dönüşümünün Özellikleri:

1. $x(t)$, $\hat{x}(t)$ aynı öz ilişki fonksiyonu ve güç spektral yoğunluğuna sahiptir.
2. $x(t)$, $\hat{x}(t)$ ortogonaldır. $\left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \hat{x}(t) dt = 0 \right)$
3. $\hat{\hat{x}}(t)$ 'nin Hilbert dönüşümü $-x(t)$ 'dir.

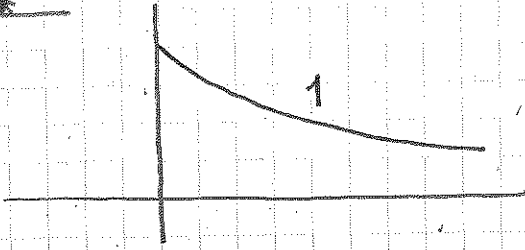
TYB işaretin Zarfı

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} [x(t) \cdot \cos 2\pi f_c t + \hat{x}(t) \cdot \sin 2\pi f_c t]$$

$$= \text{Re} \left\{ \frac{A_c}{2} (x(t) + j\hat{x}(t)) e^{-j\pi/2} \cdot e^{+j2\pi f_c t} \right\}$$



Not*



$$f(t) = e^{-5t} \quad -\infty < t < \infty$$

* Şekle bakıp aldanma. $u(t)$ ile sınırlanmadığı için ne enerji ne güçtür.

Not*

$$C_n = \left(\frac{1}{T} \right) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{Fourier serisi dönüşümü}$$

$$X(f) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{Fourier dönüşümü}$$

fark $\frac{1}{T}$ de

Gift yon bant modülasyonu dendiğinde taşıyıcısı bastırılmış demek.

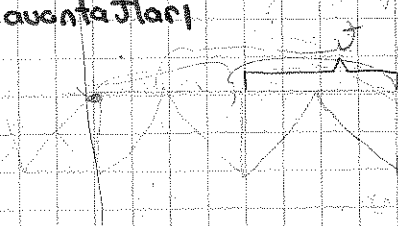
- Enerji işareti mi güç işareti mi?

- Fourier dönüşümü, ya da Fourier serisi

- Geri kalan modülasyon sorusu

- β ve m farkı, yazıldığı not vardı

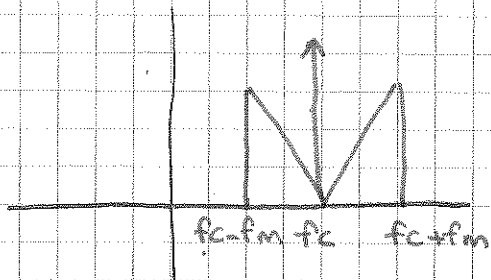
- Tek yon bant modülasyonu, Gift yon bant, taşıyıcısı bastırılmış ÇVB farkı, avantaj, dezavantajları



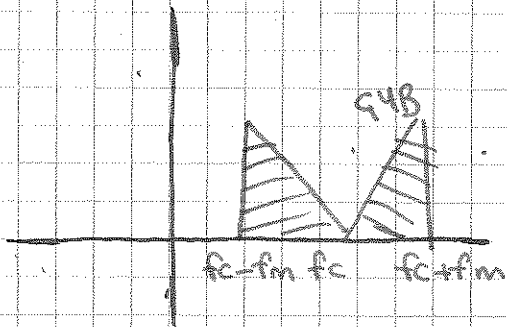
NOT* Bir tek yan bant modüleli işaret oluşturmak için yapılması gereken ilk adım taşıyıcıyı bastırmak ve sadece alt ve üst yan bantları bırakmaktır. Bu tip işarete taşıyıcısı bastırılmış çift yan bant modüleli işaret denir. Bunun faydası taşıyıcı üzerinde bir güç harcanmamasıdır.

Taşıyıcısız Genlik Modülasyonu $\rightarrow P_T = P_c + 2P_{VB}$

Taşıyıcısı Bastırılmış Çift Yan Bant Modülasyonu $\rightarrow P_T = 2P_{VB}$



Taşıyıcısız Genlik Modülasyonu



Taşıyıcısı Bastırılmış Çift Yan Bant Modülasyonu

* Taşıyıcının dirac fonksiyonu olarak gösterilmesinin sebebi cosinus fonksiyonunun fourierinin alınması.

Taşıyıcısı bastırılmış çift yan bant modüleli işaretler dengeli modulator (balanced modulator) denen devrelerle oluşturulur. Bu modülasyona geçmenin en temel sebebi güçten tasarruftur. Daha az güç harcamak daha fazla karışık alıcı devresi demek. TV haberleşmesinde renk bilgisini yollarken taşıyıcısı bastırılmış çift yan bant modülasyonu ile gönderiyoruz.

T4B Tasıyısı bastırılmış çift yan bant modülasyonunda, yan bantlar taşıyıcı ve bilgi işaretinin toplam ve farkından oluştuğu için her iki bantda da var. Her iki tarafta olması farkından bant genişliği ve enerji demek. Bu yüzden tek yan bant bastırılır. Tek bir yan bantdaki bilgiyi alıcıya göndermek yeterli.

T4B Formülü $\Rightarrow \frac{A_c}{2} [X(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{X}(t) \sin 2\pi f_c t]$

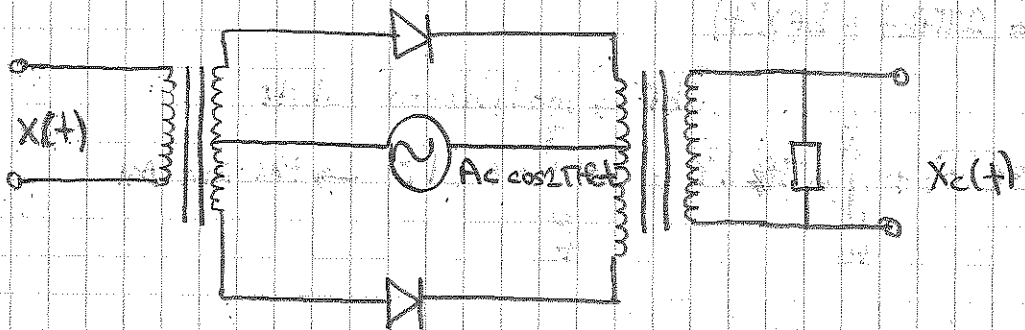
T4B Modülasyonun Avantajları

- * İletim bant aralığı düşer. Kötü yerde daha fazla işaret gider.
- * Tüm gücü tek yan bantda kullanırım. Bu da bilginin daha uzağa gönderilmesi demek. T4B modülasyonunda transmittörleri daha küçük olur. Alıcı devreleri karmaşık olur.
- * T4B işaretler daha az bant aralığı kapladığı için daha az gürültüye maruz kalırlar.
- * T4B modülasyonunda selective fading (seçimsel sönümlenme) yoktur. Birden fazla frekanstan meydana geldiğinden bilgi işaretinin olduğu gibi aktarılma ihtimali var. Ama T4B'de tek bir frekans olduğu için böyle bir sorun olmaz.
- * T4B'de modülasyon devresi basit demodulator devreleri karmaşık. Bunun için kullanılması sebebi.

Genlik Modulatorleri

- a) Üstel Modulator
- b) Dengeli (Çift Yan Bantlı) Modulator > ÇYB
- c) Ring Modulator
- d) Tek Yan Bant Modulator

Dengeli (Çift Yan Bantlı Modulator)



* Dengeli modulatorün kullanıldığı yer: Taşıyıcı Genlik Modülesi işaretini taşıyıcısı bastırılmış işarete dönüştürmektedir.

AĞI MODULASYONU

- Faz Modülasyonu (PM)
 - Frekans Modülasyonu (FM)
- } Daha az gürültü var. Daha az girişim var (+)
Daha fazla bant genişliği (-)

Taşıyıcı dalganın açısı bilgi işaretine göre değişir. Ama genlik sabit kalır.
 $f_c = k_o X(t) \rightarrow k_o$ sabit ve frekans bilgi işaretine bağlı olarak değişmektedir.

$$\theta(t) = 2\pi f_c(t) + \theta_0 \rightarrow \text{Ansal frekans}$$

$$\omega_a(t) = 2\pi f_a(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \rightarrow \text{aının değişim hızı}$$

ani frekans

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t 2\pi f_a(\tau) d\tau \quad \theta(t_0) \rightarrow \text{integral sabiti}$$

taşıyıcısı bastırılmış çift yan bant modülasyonu ile bastırılmamış farkı vardır.

Bilgi işaretine bağlı faz modülasyonu için, ağısal hız (A_{ϕ});

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \theta_0 + k_x x(t)$$

Bu durumda PM işaret;

$$x_c(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \theta_0 + k_x x(t)]$$

PM'de aının değişim hızı

$$\omega_a(t) = 2\pi f_a(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 2\pi f_c + k_x \frac{dx(t)}{dt}$$

görüldüğü üzere bilgi işaretinin türevi ile değişiyor

Türevi değil de doğrudan bilgi işaretinin kendisi ile değişirse;

$$\omega_a(t) = 2\pi f_c + k_f x(t)$$

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t 2\pi f_c d\tau + k_f \int_{t_0}^t x(\tau) d\tau \rightarrow \text{FM için Ağı}$$

$k_f \rightarrow$ modülasyon sabiti

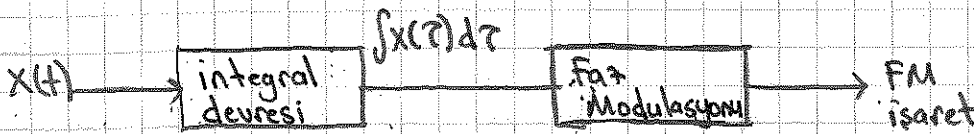
Başlangıç değerleri sıfır alınırsa;

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau$$

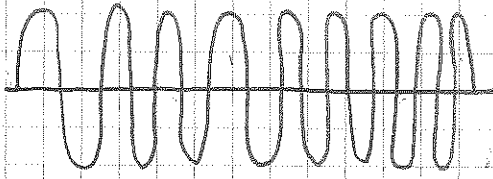
Dolayısıyla FM işaret

$$x_c(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

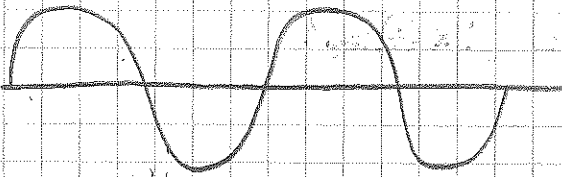
FM işaretinin üretilmesi için faz modülasyonu



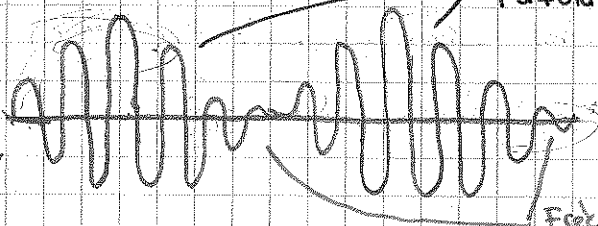
a) Carrier Wave



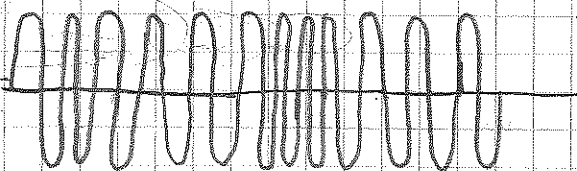
b) Sinusoidal Modulating Signal



c) Amplitude Modulated Signal

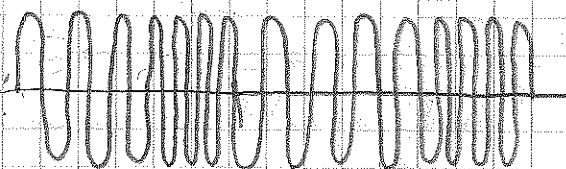


d) Faz Moduleli İşaret



⇒ Sıklık aynı. Sıklık değişiyor

e) Frequency Modulating Signal



$$2\pi f_a(t) = 2\pi f_c t + k_f x(t)$$

$$f_a(t) = f_c(t) + \frac{k_f x(t)}{2\pi}$$

frekans anlık
değerini görmek
istiyorsan bu
formülü kullan

$f_a(t)$ 'nin f_c 'ye göre en büyük sapması

$$\Delta f = \frac{k_f}{2\pi} \left| x(t) \right|_{\max} \rightarrow \max$$

$x(t)$ normalize ise, $\langle x(t) \rangle = 0$ $|x(t)| \leq 1$

o zaman;

$$\Delta f = \frac{k_f}{2\pi}$$

$k_f \cdot x(t) \rightarrow$ çok büyük değerler alırsa genişbant fm

$k_f \cdot x(t) \rightarrow$ çok küçük değerler alırsa darbant fm

Faz Modülasyonu (PM)

Ani açı $\theta_a(t)$ bilgi sinyali ile doğrusal olarak değişir.

$$\theta_a(t) = 2\pi f_c t + k_p x(t)$$

$2\pi f_c t \rightarrow$ modülesiz taşıyıcının açısı

$k_p \rightarrow$ modülasyon faz hassasiyeti

$$x_c(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + k_p x(t)]$$

Frekans Modülasyonu

Ani frekans $f_a(t)$, bilgi işaretine bağlı olarak doğrusal bir şekilde değişir.

Hocanın verdiği soru

$X(t) = 0.6 \cos 10^4 \pi t + 0.4 \cos 2\pi 10^4 t$ bilgi işareti $\cos 10^5 \pi t$ taşıyıcı işareti ile F4B modülasyonlu işarete dönüştürülüyor.

a) $X_c(t)$

b) $X_c(t)$ 'nin frekans spektrumu:

c) $X_c(t)$ 'nin toplam ortalama gücü

d) $X_c(t)$ 'nin frekans cevabı

$$H(f) = \begin{cases} 1; & 50 \text{ kHz} \leq |f| \leq 60 \text{ kHz} \\ 0; & \text{dışında} \end{cases}$$

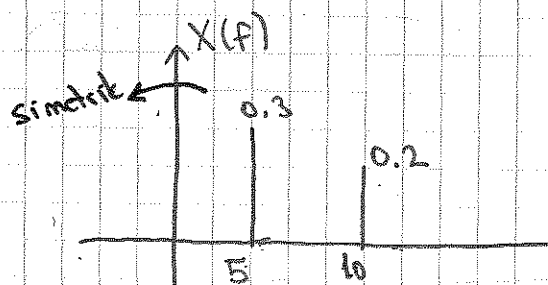
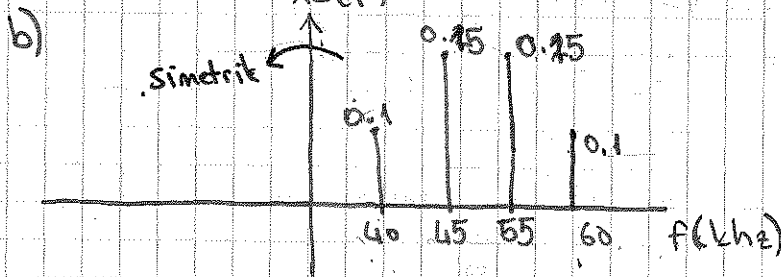
Cevap

a) $X_c(t) = X(t) \cdot A_c \cos 2\pi f_c t$

$$X_c(t) = (0.6 \cos 10^4 \pi t + 0.4 \cos 2\pi 10^4 t) \cdot \cos 10 \cdot 10^4 \pi t$$
$$= \frac{0.6}{2} [\cos(11 \cdot 10^4 \pi t) + \cos(9 \cdot 10^4 \pi t)]$$

$$+ \frac{0.4}{2} [\cos(12 \cdot 10^4 \pi t) + \cos(8 \cdot 10^4 \pi t)]$$

$$= 0.3 \cos(2\pi \frac{11}{2} 10^4 t) + 0.3 \cos(2\pi \frac{9}{2} 10^4 t) + 0.2 \cos(2\pi 6 \cdot 10^4 t) + 0.2 \cos(2\pi 4 \cdot 10^4 t)$$



Bilgi işaretine göre

$$c) P_T = \frac{A_c^2}{2} \langle x^2(t) \rangle$$

$$\langle x^2(t) \rangle = \langle (0.6 \cos 10^4 \pi t + 0.4 \cos 2\pi 10^4 t)^2 \rangle$$

$$\cos^2 10^4 \pi t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi 10^4 t$$

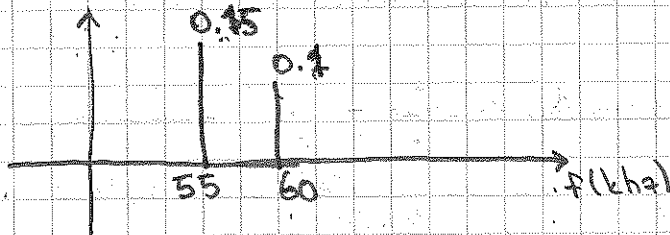
$$\cos^2 2\pi 10^4 t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\pi 2 \cdot 10^4 t$$

$$\frac{0.36}{2} + \frac{0.16}{2} = 0.26$$

$$P_T = \frac{1}{2} \cdot 0.26 = 0.13$$

d) 50 kHz ile 61 kHz arasında filtre

$$0.3 \cos 2\pi 55 \cdot 10^3 t + 0.2 \cos 2\pi 60 \cdot 10^3 t \rightarrow \text{filtre edilmiş}$$



Özel Durum

$$x(t) = a_c \cos 2\pi f_m t \text{ olsun}$$

$$f_a(t) = f_c + \frac{a_k f}{2\pi} \cos 2\pi f_m t \quad \Delta f = \frac{a_k f}{2\pi}$$

$$\begin{aligned} \omega_a(t) &= \frac{d\theta(t)}{dt} \rightarrow \theta(t) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^t 2\pi f_a(\tau) d\tau \\ &= \theta(t_0) + \int_{t_0}^t (2\pi f_c + a_k f \cos 2\pi f_m \tau) d\tau \\ &= 2\pi f_c t + \frac{a_k f}{2\pi f_m} \sin 2\pi f_m t \end{aligned}$$

$$X_c(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin 2\pi f_m t \right]$$

$$= A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin 2\pi f_m t \right]$$

$$= A_c \cos \left[2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t \right] \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{\Delta f}{f_m}} \text{ (modülasyon derecesi)}$$

Dar Bant FM (Narrow Band FM)

$x(t)$ sinüsoidal bir işaret olsun ve β çok küçüktür. ($\beta < 0.2 \text{ rad}$)

$$A_c = 1 \text{ alınsın} \rightarrow X_c(t) = \cos \left[2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t \right]$$

$$= \cos(2\pi f_c t) \cdot \cos(\beta \sin 2\pi f_m t)$$

$$- \sin 2\pi f_c t \cdot \sin(\beta \sin 2\pi f_m t)$$

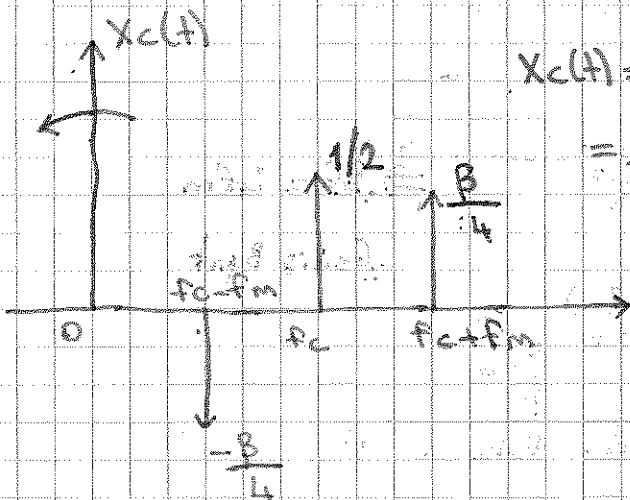
$$\text{Taylor Serisi} \rightarrow \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \dots$$

İken, eğer x çok küçük ise $\cos x \approx 1$ ve $\sin x = x$ olur.

$$\cos(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx 1$$

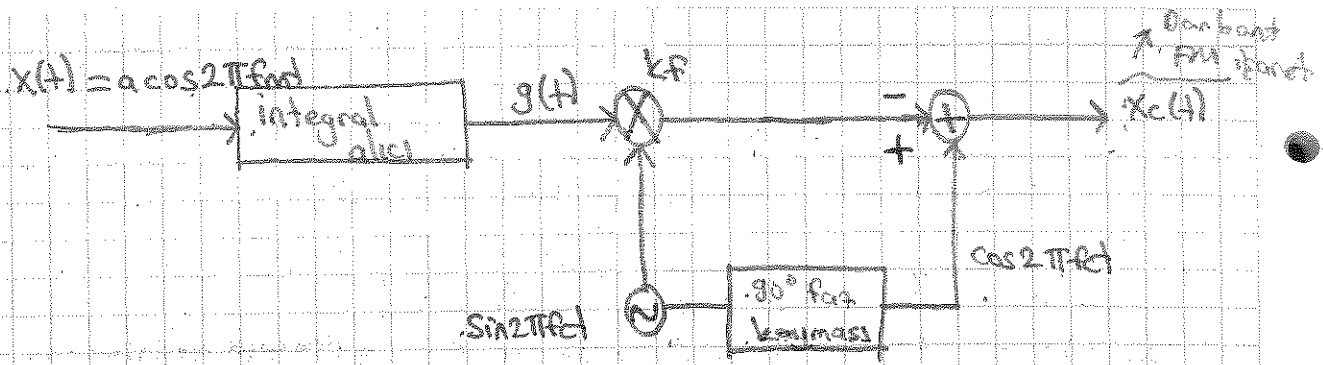
$$\sin(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx \beta \sin 2\pi f_m t \text{ olduğu anlaşıyor}$$



$$X_c(t) = \cos 2\pi f_c t - \beta \sin 2\pi f_c t \sin 2\pi f_m t$$

$$= \cos 2\pi f_c t - \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m) t$$

$$+ \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c + f_m) t$$



β değeri, $\cos(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx 1$ ve $\sin(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx \beta \sin 2\pi f_m t$ yaklaşıklarını yapamayacak kadar büyük, ancak $\cos(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx 1 - \frac{\beta^2}{2} \sin^2 2\pi f_m t$ ve $\sin(\beta \sin 2\pi f_m t) \approx \beta \sin 2\pi f_m t$ yaklaşıklarını yaparak kadar da küçük olsun.

$$x_c(t) = \cos[2\pi f_c t + \beta \sin 2\pi f_m t]$$

$$= \cos 2\pi f_c t \cdot \cos \beta \sin 2\pi f_m t - \sin 2\pi f_c t \cdot \sin(\beta \sin 2\pi f_m t)$$

$$= \cos 2\pi f_c t \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \sin^2 2\pi f_m t \right) - \sin 2\pi f_c t \cdot \beta \sin 2\pi f_m t$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 4\pi f_m t$$

$$= \cos 2\pi f_c t - \frac{\beta^2}{4} \cos 2\pi f_c t + \frac{\beta^2}{4} \cos 2\pi f_c t \cdot \cos 4\pi f_m t - \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m)$$

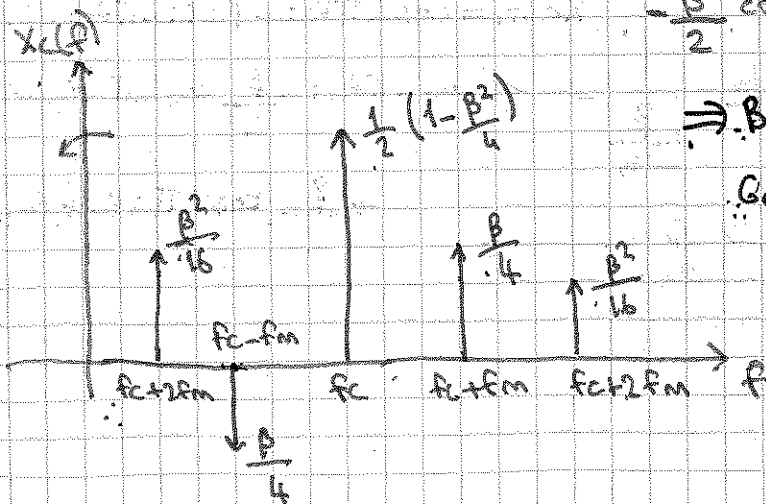
$$+ \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c + f_m)$$

$$= \left(1 - \frac{\beta^2}{4} \right) \cos 2\pi f_c t + \frac{\beta^2}{8} \cos 2\pi (f_c + 2f_m) + \frac{\beta^2}{8} \cos 2\pi (f_c - 2f_m)$$

$$- \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m) + \frac{\beta}{2} \cos 2\pi (f_c + f_m)$$

$$\Rightarrow BG = 4f_m$$

Geniş Bant



Not **

β değeri arttırılırsa $\sin$ ve $\cos$ fonksiyonlarına daha fazla terimle yaklaşıklık yapılması gerektiğinden f_c 'nin iki yanındaki impul bileşenleri sayısı da artar. Yani β artarken bant genişliği de artar. Dolayısıyla yan bantların genişliği β 'ya bağlıdır. Oysa genlik modülasyonunda bant genişliği m 'ye bağlı değildir.

Ayrıca genlik modülasyonunda $0 < m \leq 1$ olmalıdır. FM'de ise β için bir kısıtlama yoktur. Ancak FM'de bant genişliğine getirilecek bir kısıtlama, β ya da kısıtlama getirir.

Ayrıca FM'de bilgi işaretinin büyüklüğünün (genliğinin) artması bant genişliğinin artmasına neden olur. Ama bu olay genlik modülasyonunda olmaz.

$$B.G. \%10 = \underbrace{2(\beta+1)f_m}_{\text{Carson Kuralı}} \quad \beta \rightarrow \text{tamsayı}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \rightarrow B.G. \%10 = 2(\Delta f + f_m) \rightarrow \text{Dar Bant FM}$$

$$B.G. \%10 \approx 2f_m$$

$$\rightarrow \text{Geniz Bant FM}$$

$$B.G. \%10 = 2\Delta f$$

FM İşaretlerde Güç Hesabı

$$x_c(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int x(t) dt \right] \rightarrow \text{FM işaret}$$

$$f_c > f_m, \quad f_c \gg \Delta f$$

$$P_T = \frac{A_c^2}{2}$$

veya normalize ise $P_T = \frac{1}{2} W$ $(A_c = 1)$

FM İşaretlerin Üretilmesi

- Dolaylı FM (Armstrong yöntemi)
- Doğrudan FM

Soru: $x_1(t) = \cos 2\pi 10^3 t + (1/2) \cos 4\pi 10^3 t$ bilgi işareti yardımıyla $x_c(t) = 2 [1 + (1/3) x_1(t)] \cdot \cos 2\pi 10^5 t$ genlik modüleli brünce getirilmektedir.

$x(t)$ normalize edilmiş bilgi işaretini ve m modülasyon derinliğini göstermek üzere, GMA işaretini

- a) $x_c(t) = A_c [1 + m x(t)] \cos 2\pi f_c t$ forma geçiriniz
- b) Modülasyonlu işaretin taşıyıcı gücünü, iki yan bantta taşıyan gücü ve toplam gücü P_c 2 PYB

Gözüm

a) $m = \frac{k_b}{1+k_a}$

$a = \langle x_1(t) \rangle = 0$

$b = |x_1(t)|_{\max} - a = 1,5$

$m = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$

$x(t) = \frac{x_1(t) - a}{b} = \frac{2}{3} x_1(t)$

$A_c = A_1 (1 + k_a) = 2$

$x_c(t) = 2 [1 + \frac{1}{2} x(t)] \cos 2\pi f_c t$ $f_c = 100 \text{ kHz}$

b) $P_c = ?$

$P_c = \frac{A_c^2}{2} = 2 \text{ watt}$

$2 \text{ PYB} = ?$

$2 \text{ PYB} = \frac{A_c^2 \cdot m^2}{2} \langle x^2(t) \rangle$

$P_T = ?$

$= \frac{A_c^2 \cdot m^2}{2} \langle \frac{4x_1^2(t)}{9} \rangle \rightarrow \frac{5}{8}$

$= \frac{2}{9} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{18}$

$P_T =$

Soru: Frekansı 500 Hz, tepe değeri 1V olan sinüsoidal bir dalga, Frekansı 1 MHz ve genliği 3V olan bir taşıyıcının frekansı modüle etmektedir.

Sonuçta, taşıyıcının frekansında 1 kHz'lik maksimum sapma görülmektedir.

- a) Modüle edilmiş işaretin ifadesini yazınız.
- b) Modüle edilen işaretin genliği 5V arttırılır ve frekansı 2 kHz'e kaydırılırsa, modüle edilmiş işaretin ifadesi ne olur?
- (Her iki durumda da başlangıç fazı 0 kabul edilecektir)

Gözüm

$$a) X_c(t) = A \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

$$x(t) = a \cos \omega_m t$$

$\downarrow$
 $2\pi f_m$

$$X_c(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + k_f \int_0^t a \cos \omega_m \tau d\tau \right]$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

$$\Delta f = \frac{k_f \cdot a}{2\pi}$$

$$X_c(t) = A \cos \left[\omega_c t + \beta \sin \omega_m t \right]$$

$$\Delta f = \frac{k_f \cdot a}{2\pi} \Rightarrow 1000 = \frac{k_f \cdot 1}{2\pi}$$

$$k_f = 2000\pi //$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{1000}{500} = 2 //$$

$$X_c(t) = 3 \cos \left[2\pi 10^6 t + 2 \sin 2\pi 500 t \right]$$

Veriler

$$f_m = 500 \text{ Hz}$$

$$a = 1V$$

$$f_c = 1 \text{ MHz}$$

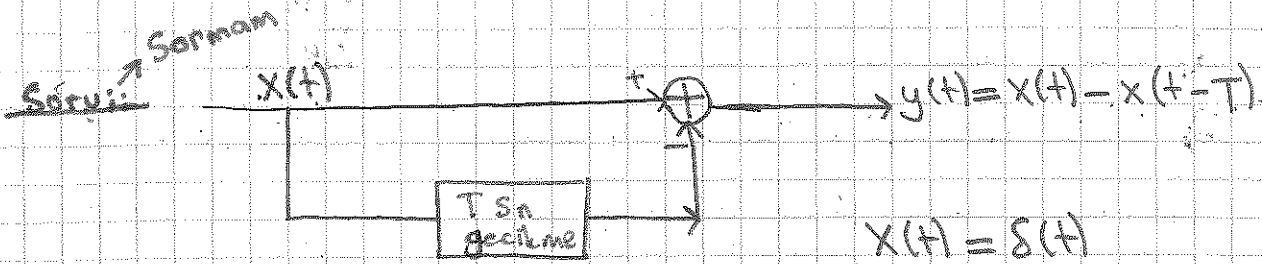
$$A = 3V$$

$$\Delta f = 1 \text{ kHz}$$

$$b) \Delta f' = \frac{2000\pi \cdot 5}{2} = 5 \text{ kHz}$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{5 \text{ kHz}}{2 \text{ kHz}} = 2,5$$

$$x_c(t) = 3 \cos \left[2\pi \frac{10^6}{f_c} t + \beta \sin 2\pi \frac{2000}{f_m} t \right]$$



a) Şekilde verilen sistemin impuls cevabı $h(t)$ ve transfer fonksiyonu $H(f)$ 'yi bulunuz.

b) Giris ve çıkışın güç spektral yoğunlukları arasında $G_y(f) = |H(f)|^2 G_x(f)$ ilişkisi olduğunu göt önünde bulundurarak $x(t) = \cos(\pi t/LT)$ girişi için çıkışın güç spektral yoğunluğunu bulunuz.

c) Çıkışın gücünü hesaplayınız.

d) $G_y(f)$ 'den yararlanarak çıkışın özilişkisi fonksiyonunu yazınız.

Çözüm

a) $x(t) = \delta(t)$

$y(t) = h(t) = \delta(t) - \delta(t-T)$

$h(t), H(f)$

$H(f) = F\{h(t)\} = F\{\delta(t) - \delta(t-T)\} = 1 - e^{-j2\pi fT}$

b) $H(f) = 1 - e^{-j2\pi fT} = 1 - \cos 2\pi fT + j \sin 2\pi fT = x + jy$

$|H(f)| = \sqrt{x^2 + y^2} = |H(f)|^2 = x^2 + y^2 = (1 - \cos 2\pi fT)^2 + \sin^2 2\pi fT$

$= 1 - 2\cos 2\pi fT + \cos^2 2\pi fT + \sin^2 2\pi fT$

$= 2 - 2\cos 2\pi fT$

$= 2(1 - \cos 2\pi fT) = 4\sin^2 \pi fT \rightarrow |H(f)|^2$

* $x(t) = \cos(\pi t / 4T)$ periyodik olduğu için

$x(t) = \sum_n X_n e^{j n \omega_0 t}$ biçiminde Fourier serisine ayrılabilir

($\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{8T} \Rightarrow x(t)$ 'nin periyodu $8T$)

Eğer $x(t) = \frac{1}{2} e^{j \omega_0 t} + \frac{1}{2} e^{-j \omega_0 t}$ şeklinde düşünülürse,

$$X_0 = 0, \quad X_1 = \frac{1}{2}, \quad X_{-1} = \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad X_n = 0 \quad (|n| \geq 2)$$

Bundan,

$$G_x(f) = \sum_n |X_n|^2 \delta(f - n f_0)$$

$$= \frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{8T}\right) + \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{8T}\right) \quad \text{bulunur}$$

$$G_y(f) = |H(f)|^2 \cdot G_x(f)$$

$$= 4 \sin^2 \pi f T \cdot \left[\frac{1}{4} \delta\left(f - \frac{1}{8T}\right) + \frac{1}{4} \delta\left(f + \frac{1}{8T}\right) \right]$$

$$= \sin^2 \frac{\pi}{8} \delta\left(f - \frac{1}{8T}\right) + \sin^2 \frac{\pi}{8} \delta\left(f + \frac{1}{8T}\right) \Rightarrow 0.146 \left[\delta\left(f - \frac{1}{8T}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{8T}\right) \right]$$

Soru: $X(t) = 10 \cos 2\pi 100t$ isareti frekansı 1 MHz olan bir taşıyıcının frekansını, modüle etmektedir. Modülasyon indeksi $\beta = 3$. Modüle edilmemiş normalize taşıyıcı gücü 2 watt olmak üzere

- a) $k_f = ?$ ve FM isaretinin ifadesini yazınız.
 b) Maksimum faz sapmasını, maksimum frekans sapmasını ve $t = \frac{A}{120}$ sn'deki ani frekans sapmasını bulunuz.

Çözüm

a) $X_c(t) = A \cos [w_c t + \beta \sin w_m t]$

$$\beta = \frac{\Delta F}{f_m} = \frac{k_f \cdot a \rightarrow 10}{2\pi \cdot f_m \rightarrow 100}$$

$$k_f = 60\pi$$

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} = 2 \quad A_c = 2$$

$$X_c(t) = 2 \cos \underbrace{[2\pi 10^6 t + \underbrace{3 \sin 2\pi 100t}_{\psi(t)}]}_{\theta(t)}$$

b) $\psi \rightarrow$ faz sapması $\psi(t)_{\max} = 3$ radyan

$$w_a(t) = 2\pi f_a(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \underbrace{2\pi 10^6 + 600\pi \cos 2\pi 100t}_{\text{ani ağısal frekans}}$$

$$\text{ani frekans} \rightarrow f_a(t) = \underbrace{10^6 + 300 \cos 2\pi 100t}_{\text{ani frekans sapması}}$$

$$t = \frac{1}{120} \text{ sn'deki ani frekans sapması}$$

$$\Rightarrow 300 \cos 2\pi \cdot 100 \cdot \frac{1}{120}$$

$$= 300 \cos \frac{5\pi}{3}$$

$$= 300 \cos 300 = 150 \text{ Hz}$$

Örnek: $f(t) = 2\delta(t+2) - 2\delta(t-2)$ fourier dönüşümünü bulunuz.

$$\delta(t-T) = e^{-j2\pi fT}$$

$$F(f(t)) = 2e^{+j4\pi f} - 2e^{-j4\pi f}$$

$$= 2(\cos 4\pi f + j\sin 4\pi f - \cos 4\pi f + j\sin 4\pi f)$$

$$= 4j\sin(4\pi f)$$