

$$G(s) = \frac{K}{s} \cdot e^{-Ls}$$

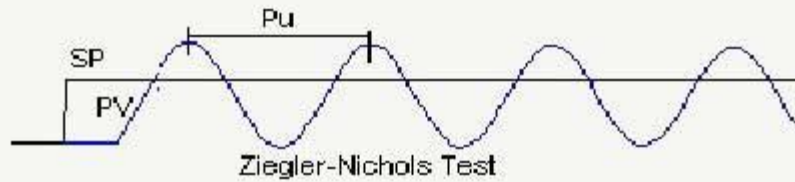
$$R = K \cdot L$$

$$T_c = 4 \cdot L$$

$$K_c = \frac{2}{m \cdot L}$$

Controller	K	T_i	T_d	T_p
P	$0.5K_c$			T_c
PI	$0.45K_c$	$0.83 T_c$		$1.4 T_c$
PID	$0.6K_c$	$0.5 T_c$	$0.125 T_c$	$0.85 T_c$

2- PID kontrolörün I,D katsayıları 0 yapılır. P sistem osilasyona gidene kadar yavaş yavaş artırılır. Sistemin osilasyona gittiği andaki P değerine K_u , osilasyon frekansına P_u dersek



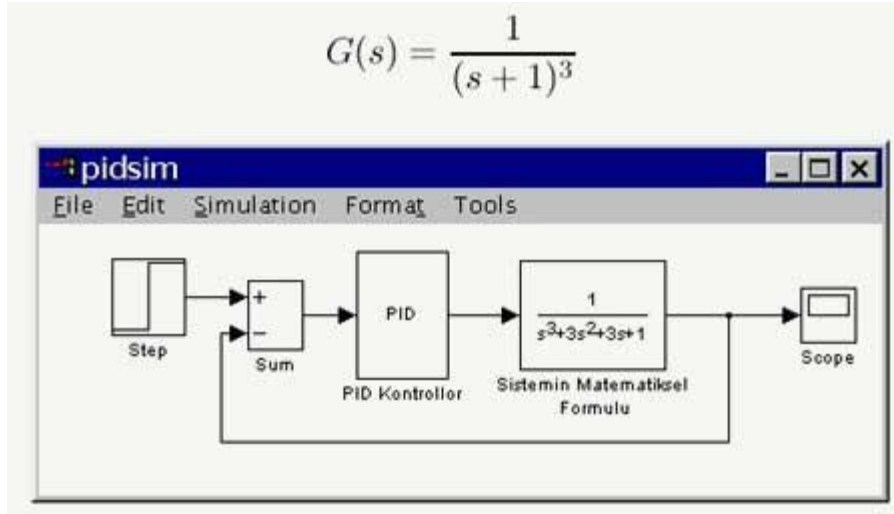
	K_c	t_I	t_D
P control	$K_u/2$		
PI control	$K_u/2.2$	$P_u/1.2$	
PID control	$K_u/1.7$	$2/P_u$	$P_u/8$

PID Örnekler

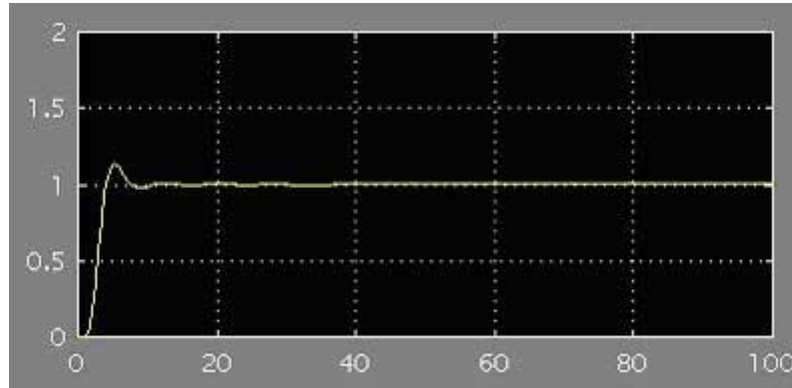
PID kontrol her alanda kullanılması nedeniyle birçok örnekleri vardır. Burada sistemin kendisine uygulama yerine benzetim örnekleri verilmiştir.

Örnek:

Matematiksel modeli aşağıdaki gibi olan bir sistem için Matlab ile simülasyonunun yapılması



Burada PID parametreleri değiştirilerek simülasyonu çalıştırırsak sistem davranışını Scope ile aşağıdaki gibi görebiliriz.

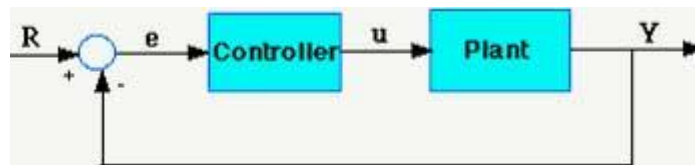


Uygun PID parametrelerini bulmak için sisteme Ziegler Nichols yöntemini uygulayalım. Bunun için PID'nin I ve D parametrelerini 0 yapılarak P katsayısı sistem osilasyon yapana kadar yavaş yavaş artırılır. Şekildeki sistem için bu P=8 de gerçekleşmektedir. Osilasyon anındaki kazanca Ku osilasyon zaman aralığına Pu diyelim. Burada Ku 3.2 Pu ise yaklaşık 4 birim zamandır. Ziegler-Nichols yönteminden PID parametrelerini yeniden hesaplırsak aşağıdaki değerler elde edilir:

$$P = K_u / 1.7 = 1.92 \quad I = 2 / P_u = 0.5 \quad D = P_u / 8 = 0.5$$

PID

Burada oransal (P), integral (I) ve türevsel (D) denetleyicilerin her birinin karakteristiklerini ve istenilen tepkiyi bulmakta nasıl kullanıldıklarını inceleyeceğiz. İşlemlerimizde aşağıdaki geri beslemeli sistemi tercih edeceğiz.



Plant: kontrol edilecek sistem

Denetleyici; Plant için uyarı sağlar; sistem davranışı denetlemek için tasarlanmıştır.

Üç Terimli Denetleyici

PID denetleyicinin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

- K_p = Oransal kazanç K_i = İntegral kazancı
- K_d = Türevsel kazanç

Yukarıdaki şemadaki kapalı döngülü sistem kullanılmış PID denetleyicinin nasıl çalıştığını inceleyelim. Değişken (e) izleme hatasını, istenilen giriş değeri (R) ile gerçek çıkış değeri (Y) arasındaki farkı gösterir. Bu (e) hata sinyali PID denetleyiciye gönderir ve denetleyici bu hata sinyalinin hem türevini hem de integralini hesaplar. Sadece denetleyiciden geçen (u) sinyali, oransal kazanç (KP) ile hata değeri, integral kazancı (Ki) ile hatanın integrali, türevsel kazanç (Kd) ile hatanın türevi çarpımlarının toplamına eşittir.

$$u = K_p e + K_i \int e dt + K_d \frac{de}{dt}$$

Bu (u) sinyali denetlenen sisteme gönderilir ve yeni çıkış (y) elde edilmiş olur. Bu (y) çıkış sinyali algılayıcıya geri gönderilerek yeni hata sinyali (e) bulunur. Denetleyici yeni hata sinyaline aynı işlemleri uygular ve bu işlem böyle devam eder.

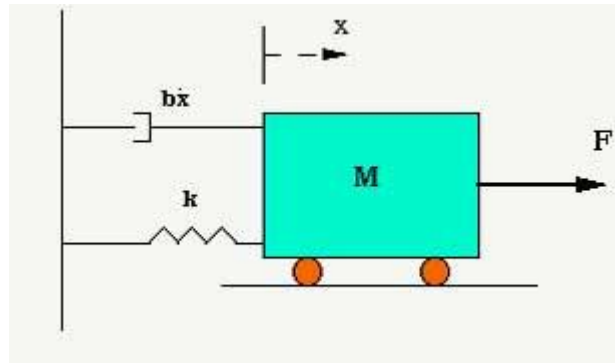
P, I ve Denetleyicilerin karakteristikleri:

Oransal denetleyicilerin (K_p), yükselme zamanını azaltmada etkisi vardır ve azaltır, ama asla tamamen yok etmez (kararlı hal hatası). İntegral denetleyicinin (K_i) kararlı hal hatasının çıkarılmasında etkisi vardır ancak bu geçici tepkinin daha kötü olmasına sebep olabilir. Türevsel denetleyicinin (K_d) sistemin kararlılığının artmasında etkisi vardır, aşmayı azaltır ve geçici tepkiyi düzeltir. Kapalı döngülü bir sistemde, her bir denetleyicinin etkisi K_p , K_d ve K_i aşağıdaki tabloda özet olarak gösterilmiştir.

Unutmamalı ki bu düzeltmeler tam olarak geçerli değildir. Çünkü K_p , K_i ve K_d birbirlerine bağımlıdır. Yani değişkenlerden birinin değişimi diğer ikisinin etkisini değiştirebilir. Bu yüzden tablo K_i , K_p ve K_d değerlerinin belirlenmesinde sadece bir referanstır.

Örnek:

Basit bir kütle, yay ve tampondan oluşan bir problemimiz olduğunu varsayalım.



Bu sistemin model denklemi;

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Yukarıdaki denklemin laplace dönüşümünü alırsak;

$$Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

olur.

- $M = 1\text{ kg}$ $b = 10\text{ N.s/m}$ $k = 20\text{ N/m}$
- $F(s) = 1$

olarak alıp değerleri yerine koyduğumuzda transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

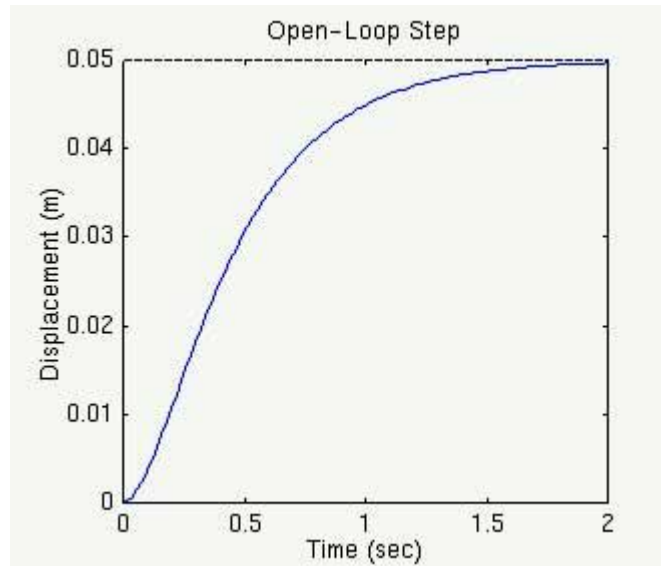
Bu problemin amacı K_p , K_i ve K_d 'nin her birinin hızlı yükselme zamanı, minimum aşma ve hatasız kararlı hal elde etmedeki faydalarını görmektir.

- Hızlı yükselme zamanı
- Minimum aşma
- Kararlı hal elde etme

Açık Döngü Adım Tepkisi

İlk önce açık döngü adım tepkisini Matlab komutları ile ifade edelim.

`num=1;den=[1 10 20];step(num,den)`Bu m-kütük'ün Matlab komutlarıyla çalıştırılmasıyla aşağıdaki grafik elde edilir.



Denetlenen sisteme ait transfer fonksiyonunun DC kazancı $1/20$ 'dir, bu yüzden birim basamak girişi uygulandığında çıkış değeri en yüksek $0,05$ olur. Bu kararlı hal hatasının $0,95$ 'i ile uyuyor, yani 1 büyüktür. Ayrıca, yükselme zamanı yaklaşık 1 saniye ve yerleşme zamanı yaklaşık $1,5$ saniyedir.

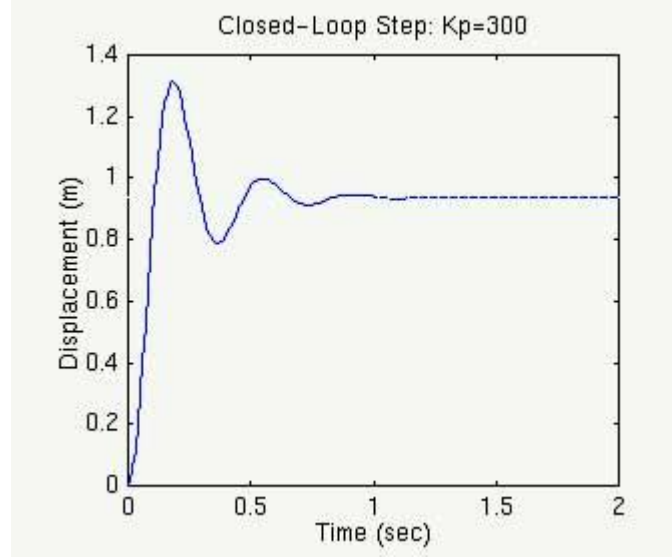
Oransal kontrol

Tablo-1-de oransal denetleyicinin (K_p)yükselme zamanını düşürdüğünü, aşmayı arttırdığını ve kararlı hal hatasını azalttığını görmüştük. Yukarıdaki sistemin oransal denetleyicili kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$

Oransal kazancı (K_p) 300 'e eşit kabul edelim ve kütüğü şu şekilde değiştirelim.

`Kp=300; num=[Kp]; den=[1 10 20+Kp]; t=0:0.01:2; step(num,den,t)`Bu kütüğün Matlab komutlarıyla çalıştırılması halinde aşağıdaki grafik elde edilir



NOT: *cloop* olarak adlandırılan Matlab fonksiyonuyla kapalı döngü transfer fonksiyonu, açık döngü transfer fonksiyonundan direkt olarak elde edilir. *Cloop* komutunun kullanılmasıyla yukarıdakiyle özdeş bir grafik elde edilir.

num=1;den=[1 10 20];Kp=300; [numCL,denCL]=*cloop*(Kp*num,den);t=0:0.01:2;*step*(numCL, denCL,t)
Yukarıdaki grafik bize oransal denetleyicinin yükselme zamanını ve kararlı hal hatasını düşürdüğünü, aşmayı arttırdığını ve yerleşme zamanını az bir miktarda düşürdüğünü göstermektedir.

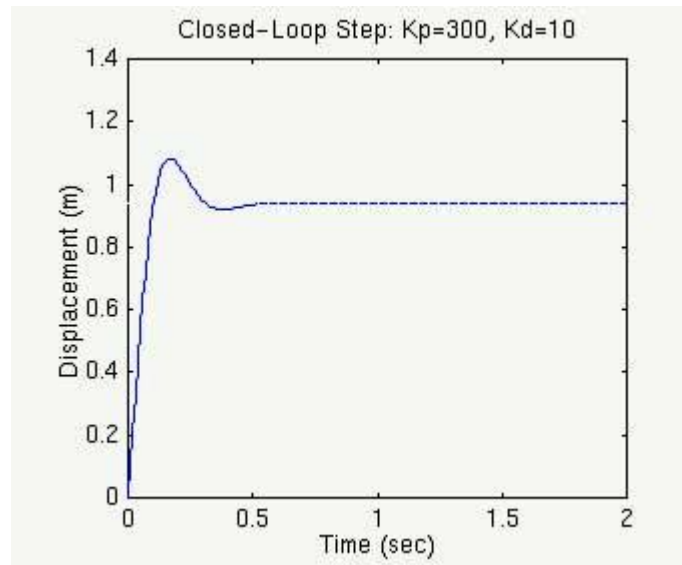
Oransal-Türevsel Kontrol

Şimdi PD kontrolü inceleyelim. Tablo-1'e göre türevsel denetleyici (KD), yerleşme zamanını ve aşmayı azaltır. PD kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s + K_P}{s^2 + (10 + K_D)s + (20 + K_P)}$$

Kp'yi 300 ve KD'yi 10 alalım ve m_kütüğü aşağıdaki gibi değiştirelim.

Kp=300;Kd=10;num=[Kd Kp];den=[1 10+Kd 20+Kp]; t=0:0.01:2;*step*(num,den,t)



Yukarıdaki grafiğe göre türevsel denetleyici aşma ve yerleşme zamanını azaltır, yükselme zamanını ve kararlı hal hatasını çok az etkiler.

Oransal-İntegral Denetleyici

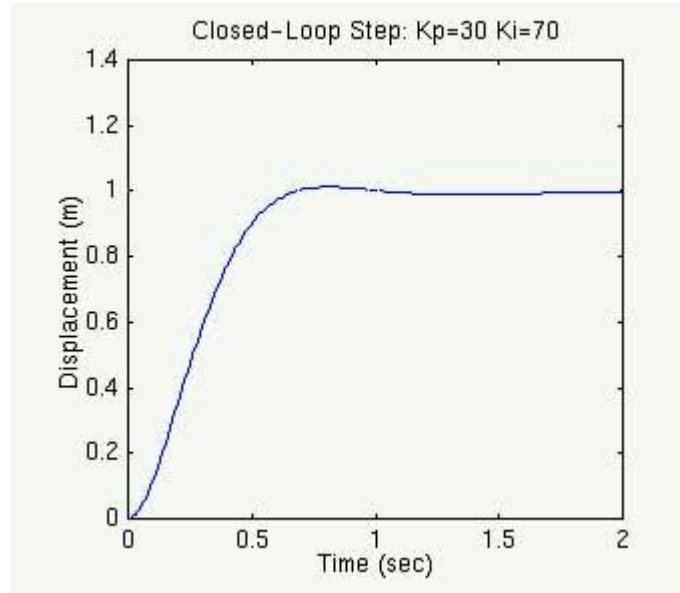
PID denetleyiciye girmeden önce PI denetleyiciyi inceleyelim. tablo-1'e göre integral denetleyici (Ki) yükselme zamanını azaltır, aşma ve yerleşme zamanını artırır, kararlı hal hatasını yok eder. PI kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_P s + K_I}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_P)s + K_I}$$

Kp'yi 30 ve Ki'yi 70 kabul edelim. M_kütükü şu şekilde değiştirelim.

```
Kp=30; Ki=70; num=[Kp Ki];  
den=[1 10 20+Kp Ki]; t=0:0.01:2;  
step(num,den,t)
```

Bu m_kütük Matlab komutlarıyla çalıştırıldığında aşağıdaki grafik elde edilir.



Hem oransal kazanç (Kp) hem de integral denetleyici yükselme zamanını azalttığı, aşmayı arttırdığı için çift etki oluşur. Bu etki integral denetleyicinin kararlı hal hatasını yok ettiğini gösterir.

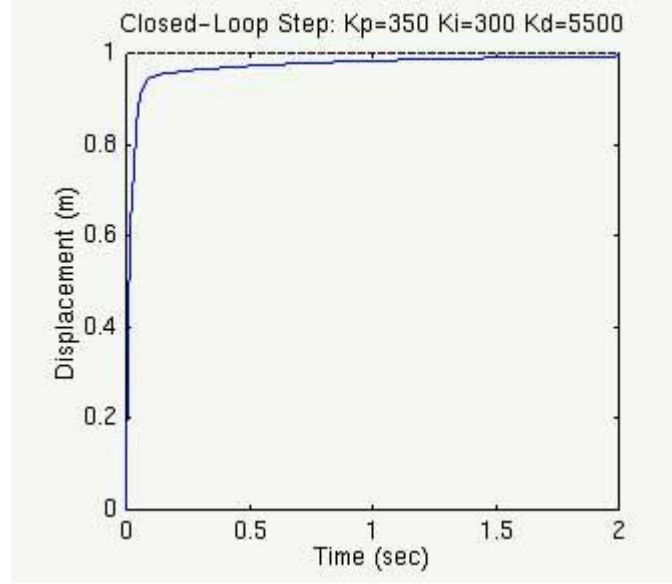
Oransal-İntegral-Türevsel Denetleyici

Şimdi PID kontrolünü inceleyelim. PID kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s^3 + (10 + K_D)s^2 + (20 + K_P)s + K_I}$$

Birkaç denemeden sonra istenilen tepkiyi elde etmek için kazançları Kp=350 Ki=300 KD=50 alalım. Bu durumda m_kütük aşağıdaki gibi olur.

```
Kp=350; Ki=300; Kd=50; num=[Kd Kp Ki]; den=[1 10+Kd 20+Kp Ki];  
t=0:0.01:2; step(num,den,t)
```

**Genel PID denetleyici tasarımı için ipuçları:**

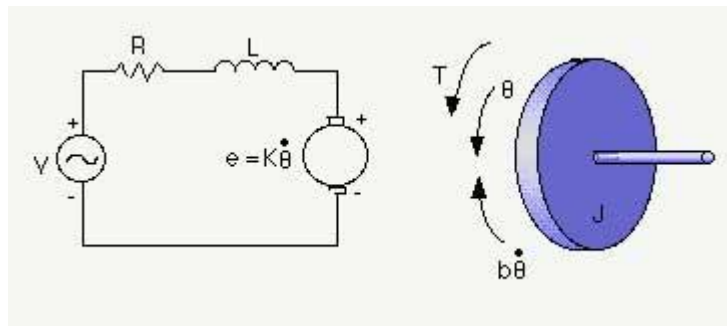
PID denetleyici tasarımında istenilen tepkiyi elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenir:

1. Açık döngü tepkisi bulunur ve ihtiyaçlar belirlenir.
2. Yükselme zamanını düzeltmek için oransal denetleyici eklenir.
3. Aşmayı düzeltmek için türevsel denetleyici eklenir.
4. Kararlı hal hatasını yok etmek için integral denetleyici eklenir.
5. İstenilen tepki elde edilene kadar Kp, Ki ve KD ayarlanır. Hangi denetleyicinin hangi karakteristiği kontrol ettiğini tablo-1'den yararlanılarak bulabiliriz.

Denetleyici tasarımında mümkün olduğu kadar basit tasarıma gidilmelidir. Eğer PI denetleyici ile istenilen tepki sağlanıyorsa, sisteme türevsel denetleyici eklenip sistem karmaşılaştırılmamalıdır.

Örnek: PID tasarım metodu ile DC motor hız kontrolü

- Oransal kontrol
- PID kontrol
- Kazançların ayarı



- * rotor eylemsizlik momenti (J) = $0.01 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2$
- * mekanik sistemin sönüm oranı (b) = 0.1 Nms
- * elektromotor kuvvet sabiti ($K=K_e=K_t$) = 0.01 Nm/Amp
- * rezistans (R) = 1 ohm
- * indüktans (L) = 0.5 H
- * giriş (V): kaynak voltajı
- * çıkış(θ): mil durumu
- * rotor ve milin sert olmadığı kabul edilir

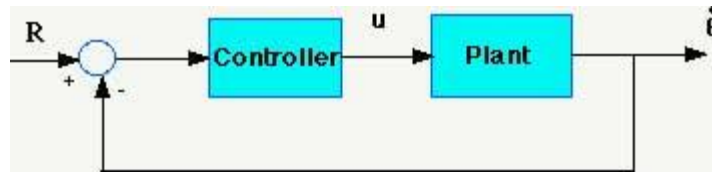
Bu problemde, DC motorun dinamik eşitliği ve açık döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$s(Js + b)\Theta(s) = KI(s)$$

$$(Ls + R)I(s) = V - Ks\Theta(s)$$

$$\frac{\Theta}{V} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2}$$

ve sistem şeması şöyledir:



1 rad/sn basamak girişli tasarım kriterleri:

- 2 saniyeden az yerleşme zamanı
- %5'den az aşma
- %1'den az kararlı hal hatası

Şimdi bir PID denetleyici tasarlayalım ve sisteme dahil edelim. İlk önce yeni bir m_kütük oluşturalım. $J=0.01; b=0.1; K=0.01; R=1; L=0.5; num=K; den=[(J*L) ((J*R)+(L*b)) ((b*R)+K^2)]$; PID kontrolü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

Oransal

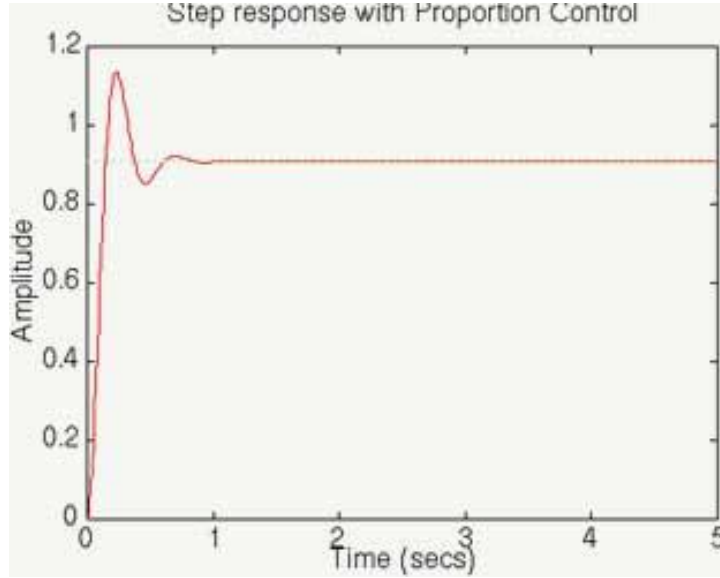
kontrol

İlk önce kazancı 100 olan oransal denetleyici kullanarak inceleyelim. M_kütüğümüzün sonuna aşağıdaki komut dizisini ekleyelim.

$K_p=100; num_a=K_p*num; den_a=den$; kapalı döngülü transfer fonksiyonunu çözmek için, loop komutu kullanılır. Bunu kütüğe aşağıdaki gibi ekleyelim

$[numac, denac]=loop(num_a, den_a)$; numac ve denac kapalı döngü transfer fonksiyonu numaratör ve denumaratördür.

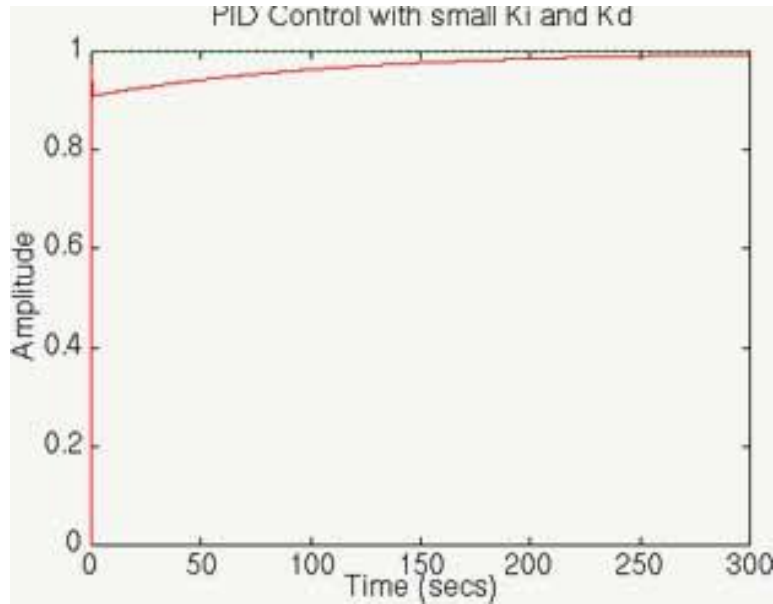
Şimdi adım tepkisini nasıl göreceğimize bakalım ve bunu aşağıdaki gibi kütüğün sonuna ekleyelim. $t=0:0.01:5$; step(numac, denac, t) title('Step response with Proportion Control') aşağıdaki grafik elde edilir.



PID kontrol

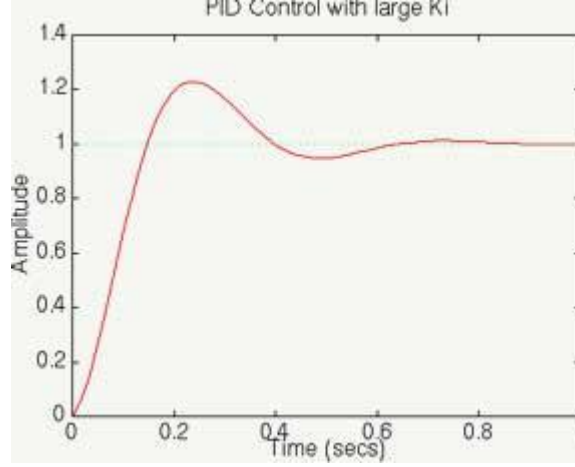
Yukarıdaki grafikten kararlı hal hatasının ve aşmanın çok büyük olduğu görülür. İntegral halinin eklenmesinin kararlı hal hatasını yok ettiğini ve türev halinin aşmayı azalttığını daha önce görmüştük. Küçük Ki ve KD'ye sahip PID denetleyiciyi inceleyelim. kütüğümüzü aşağıdaki gibi değiştirelim. Bu kütük çalıştırıldığında aşağıda verilen grafik elde edilir.

```
J=0.01;b=0.1;K=0.01;R=1;L=0.5;num=K;den=[(J*L) ((J*R)+(L*b)) ((b*R)+K^2)];
Kp=100;Ki=1;Kd=1;numc=[Kd, Kp, Ki];denc=[1
0];numa=conv(num,numc);dena=conv(den,denc);[numac,denac]=cloop(numa,dena);st
ep(numac,denac)title('PID Control with small Ki and Kd')
```

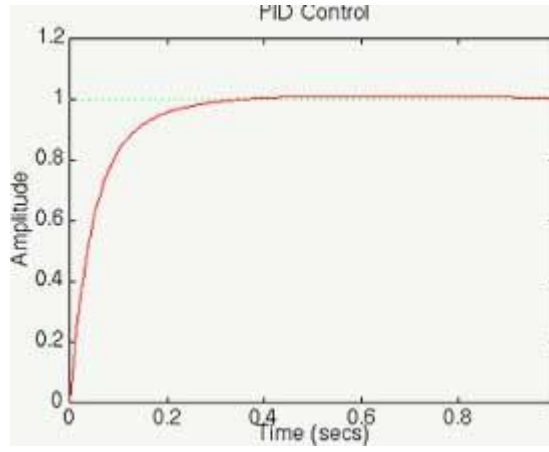


Kazanç ayarı

Yükselme zamanını çok uzun yapalım. Yükselme zamanını azaltmak için Ki'yi arttıralım. Kütükte Ki'yi 200 olarak değiştirelim. Bu durumda aşağıdaki grafik elde edilir.



Şimdi etkinin öncesinden daha hızlı ama büyük olduğunu görüyoruz. Ki kötü bir geçici tepkiye sahip olur (büyük aşma). Aşmayı düşürmek için KD'yi arttıralım. Kütükte KD'yi 10 olarak değiştirelim. Bu durumda aşağıdaki grafik elde edilir.



Böylece, $K_p=100$, $K_i=200$, $K_D=10$ alınarak PID denetleyicili tasarım için gereklilikler karşılanmış olur