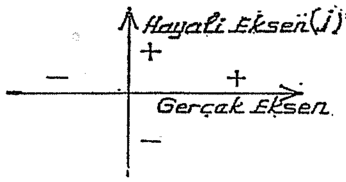
# VEKTÖRLER

## 2.1 GİRİŞ

Elektrik devrelerinin analizinde akımların veya gerilimlerin cebirsel toplamlarını bulmak bazan gerekli olabilir. Alternatif akım devrelerinde bu elektriki büyüklüklerin vertörsel olarak toplanmaları bu akımın sinüsoidal oluşu nedeniyle biraz zordur. Bu bölümde iki veya daha fazla akımın veya gerilimin cebirsel olarak nasıl toplanacağını inceliyeceğiz. Vektörlerin cebirsel olarak toplanmasında çeşitli yöntemler vardır. Bunlar noktaları taşımak suretiyle yapılan toplama, ve komplex sayı sistemiyle yapılan toplamadır. Komplex sayı sistemi kullanmakla cebirsel olarak yapılan işlemler daha çabuk, direkt ve daha doğrudur. Bundan sonraki bölümde sinüsoidal devrelerde cebirsel toplamanın veya komplex sayılar tekniğinin nasıl yapılacağını göreceğiz. Bu teknik doğru akım devrelerinde kullanılan cebirsel toplamanın çok benzeridir.

Komplex sayılar sistemi bir noktayı iki boyutlu ve iki referans eksenli bir sistem olarak düşünülebilir. Bu nokta orjinden geçen bir yarı çap vektörüyle çizilebilir. Bu referans eksenlerden birine yatay eksen veya gerçek eksen (real) denir. Dğier eksen ise dikey veya hayali (imaginary) eksen olarak anılır. Gerçek ve hayali eksenler şekil 2.1 de görülmektedir. Pek çok komplex sayı sisteminde gerçek eksen olarak rezistans ekseni ve hayali eksen ise reaktans ekseni olarak anılırlar. Bütün sayılar o dan $\mp \infty$ kadar olanlar gerçek eksende gösterilir. Gerçek eksende gösterilmeyen her hangi bir sayı hayali sayı olarak varsayılır ve dikey (hayali veya imaginary) eksende gösterilir. Komplex alanda yatay veya gerçek (real) eksende bütün pozitif sayılar dikey eksenin yatay ekseni kesim noktasının sağ tarafında gösterilir. Negatif sayılar ise bu kesim noktasının sol tarafında gösterilir. Her iki eksenin bir birini kesim noktasına orjin noktası denir ve sıfır değerini ifade eder. Yatay eksene göre pozitif hayali sayılar üst tarafta negatif sayılar ise yatay eksenin alt tarafında gösterilir. Her hangi bir sayının imaginary oluşu bu sayının önüne J harfi veya i harfi yazmak suretiyle vurgulanır.

Komplex sayılar iki şekilde gösterilir. Bunlar dik bileşenler (Rectangular) ile kutupsal (Polar) bileşenler şeklidir. Bunların her biri pozitif veya negatif alan da bir nokta olarak veya orjinden geçen bir vektör olarak gösterilebilir.



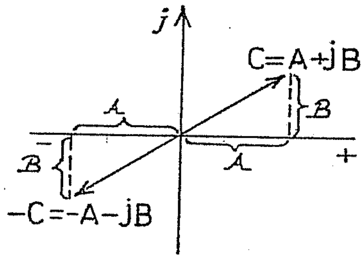

Şekil 2.1

## 2.2 DİK BİLEŞENLER SİSTEMİ

Dik bileşenler sistemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$C = \mp A \mp JB \tag{2.1}$$

Negatif ve pozitif işaretlerin nasıl kullanıldığı şekil 2.2 de görülmektedir.




Şekil 2.2

**ÖRNEK: 2.1**

Aşağıdaki komplex sayıları komplex alanda gösteriniz.

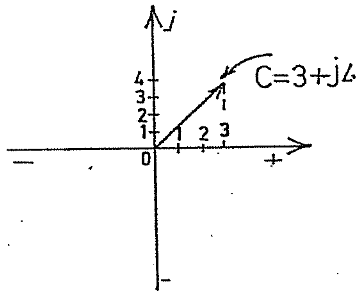
a — $C = 3 + J4$

b — $C = 0 - J6$

c — $C = -10 - J20$

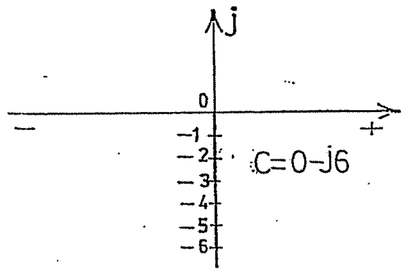
**Çözüm:**

a — Şekil 2.3



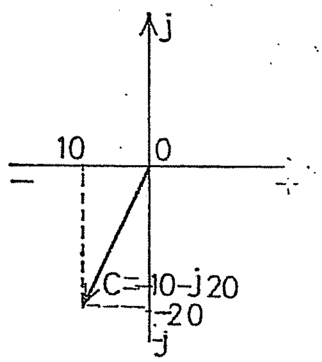

Şekil 2.3

b — Şekil 2.4




Şekil 2.4

c — Şekil 2.5




Şekil 2.5

## 2.3 KUTUPSAL FORM

Kutupsal form aşağıdaki gibi ifade edilir.

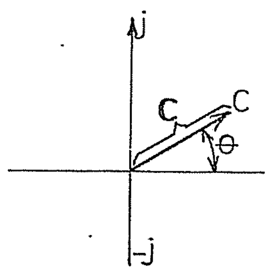
$$C = C \underline{/\theta} \qquad (2.2)$$

Formülde

$C$ = Büyüklük

$\theta$ = Pozitif gerçek eksenden itibaren saat ibresinin dönüşünün tersine doğru ölçülen açıdır.

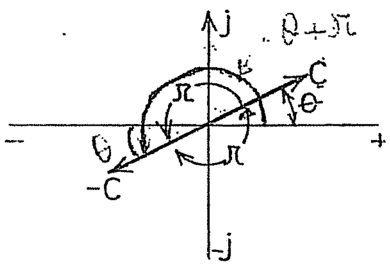
Bu açının nasıl ölçüleceği şekil 2.6 da görülmektedir.




Şekil 2.6

Negatif bir açının nasıl ölçüleceği şekil 2.7 de görülmektedir.

$$-C = -C \underline{/\theta} = C \underline{/\theta} \mp \pi \qquad (2.3)$$




Şekil 2.7

**ÖRNEK: 2.2**

Aşağıdaki komplex sayıları komplex alanda gösteriniz.

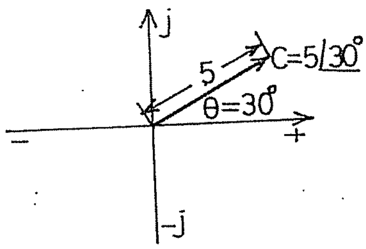
a — $C = 5 \underline{/30^\circ}$

b — $C = 7 \underline{/120^\circ}$

c — $C = -4.2 \underline{/60^\circ}$

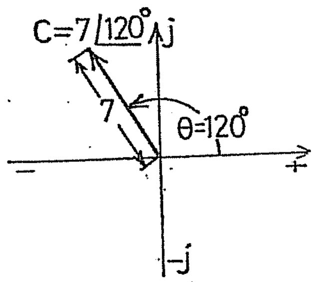
**Çözüm:**

a — Şekil 2.8




Şekil 2.8

b — Şekil 2.9

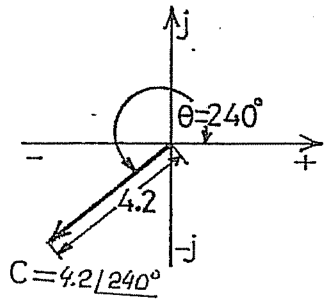



Şekil 2.9

c — Şekil 2.10

$C = -4.2 \underline{/60^\circ} = 4.2 \underline{/60^\circ} \mp 180^\circ$

$= 4.2 \underline{/240^\circ}$




Şekil 2.10

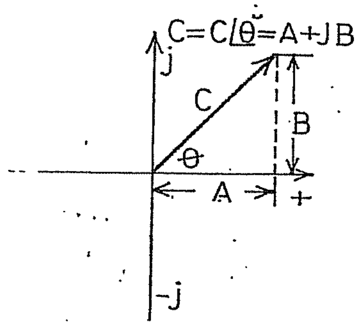
## 2.4 KOMPLEX SAYILARIN BİR BİRİNE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Dik bileşenler formu ve kutupsal formlar aşağıdaki şekilde bir birine çevrilebilir.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (2.4\ b)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{A} \quad (2.4\ b)$$

Bu iki formülün ifadesi şekil 2.11 de görülmektedir.




Şekil 2.11

Polar formdan ⟶ Dik bileşenler formuna geçiş.

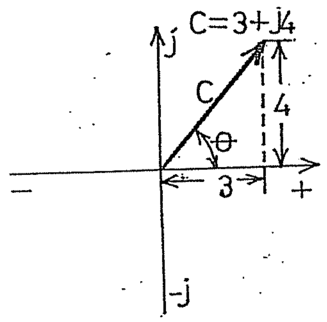
$$A = C \cos\theta \quad (2.5\ a)$$

$$B = C \sin\theta \quad (2.5\ b)$$

**ÖRNEK: 2.5**

Aşağıdaki komplex sayıları dik bileşenler formundan kutupsal forma çeviriniz.

$C = 3 + J4$ şekil 2.12




Şekil 2.12

**Çözüm:**

$C = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

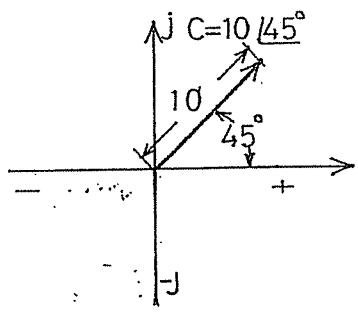
$\theta = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 53.13°$

$C = 5 \;\underline{/53.13°}$

**ÖRNEK: 2.4**

Asğaıdaki komplex sayıları kutupsal formdan dik bileşenler formuna çeviriniz.

$C = 10 \;\underline{/45°}$ şekil 2.13




Şekil 2.13

**Çözüm:**

$A = 10 \cos 45° = 10 \, (0.707)$
$= 7.07$

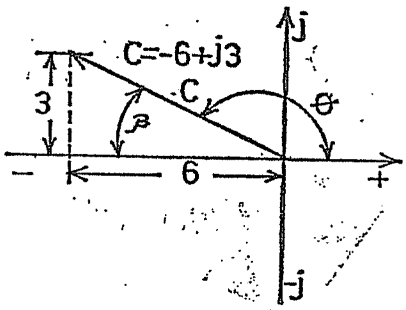
$B = 10 \sin 45° = 10 \, (0.707)$
$= 7.07$

$C = 7.07 + J\,7.07$

**ÖRNEK: 2.5**

Aşağıdaki komplex sayıları dik bileşenler formundan kutupsal forma çeviriniz.

$C = -6 + J\,3$ şekil 2.14




Şekil 2.14

**Çözüm:**

$C = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 6.7$

$\beta = \tan^{-1} \frac{3}{6} = 26.5°$

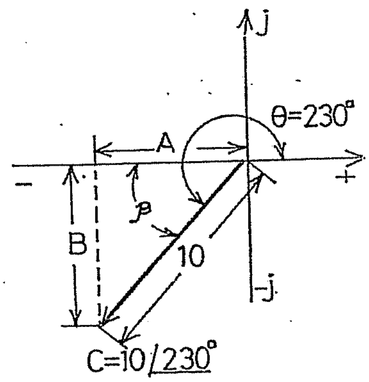
$\theta = 180 - 26.5° = 153.5°$

$C = 6.7 \; \underline{/153.5°}$

**ÖRNEK: 2.6**

Aşağıdaki komplex sayıları kutupsal formdan dik bileşenler formuna çeviriniz.

$C = 10 \; \underline{/230°}$ şekil 2.15




Şekil 2.15

**Çözüm:**

$A = C \cos \beta = 10 \cos (230° - 180°)$

$= 10 \cos 50° = 10 (0.642)$

$= 6.42$

$B = C \sin \beta = 10 \sin 50°$

$= 10 (0.77) = 7.7$

$C = -6.42 - J7.7$

Dik bileşenler formundan kutupsal forma çevirirken eğer hayali (imaginary) bölümün gerçek (real) bölüme oranının büyüklüğü veya gerçek bölümün hayali büyüklüğe oranı 10 dan büyük ise kutupsal formda C nin büyüklüğü genellikle bu iki değerden büyük olanınkine eşit alınır. θ açısı ise bundan önceki örneklerde olduğu gibi hesaplanır.

**ÖRNEK: 2.7**

1.2 + J14 komplex sayısını kutupsal forma çeviriniz. Şekil 2.16

**Çözüm:**

Büyüklüklerin oranı

$$\frac{14}{1.2} = 11.7 > 10$$

$C = 14$ (ikisinden en büyüğü alınır)

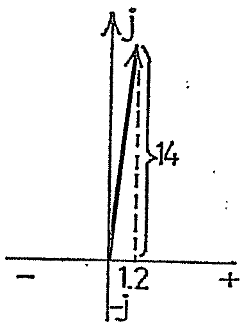
$$\theta = \tan^{-1} \frac{14}{1.2} = \tan^{-1} \quad (11.7)$$

$\theta = 85.1°$ böylece

$1.2 + J14 = 14 \ \underline{/85.1°}$ olur

veya

$$C = \sqrt{1.2^2 + 14^2} = \sqrt{1.44 + 196} \cong \sqrt{196} = 14$$




Şekil 2.16

Kutupsal formu dik bileşenler formuna çevirirken eğer orjinden itibaren iki kutup arasındaki açı komplex sayı ve gerçek veya hayali eksen 5.7° den küçük ise dik bileşenler formun bileşenlerden büyük olanın büyüklüğü genellikle C nn büiyüklüğüne eşit alınır. Diğer bileşen daha önceki örneklerde olduğu gibi bulunur.

**ÖRNEK:** 2.8

$2 \ \underline{/88°}$ lik kutupsal formu dik bileşenler formuna çeviriniz. Şekil 2.7

**Çözüm:**

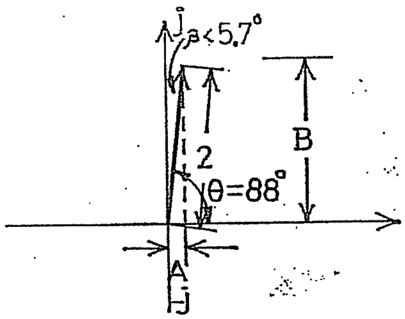
$\beta < 5.7$ olduğundan

$B \cong C = 2$

$A = C \cos 88° = 2\ (0.035)$
$= 0.070$

$2 \ \underline{/88°} = 0.070 + J2$

$B = C \sin 88° = 2\ (0.9994) \cong 2$




Şekil 2.17

## 2.5 KOMPLEX SAYILARDA MATEMATİKİ OPERATÖR

Komplex sayıların dört işleminde J veya i harfiyle gösterilen yardımcı çözüm elemanı (operatör) kullanılır. Bu operatörün komplex sayılarda nasıl kullanıldığını inceleyelim.

$$J = \sqrt{-1} \qquad (2.6)$$

$$J^2 = -1 \qquad (2.7)$$

$$J^3 = J^2 . J = -1 . J = -J$$

$$J^4 = J^2 . J^2 = (-1)\ (-1) = 1$$

$$J^5 = J$$

Komplex sayıların karşıtlılığı birin (1) komplex bir sayıya bölümüdür. Örneğin C nin karşıtlılığını bulalım

$C = A + JB$ ise

$$\frac{1}{A + JB}$$

ve $\quad C\,\underline{/\theta}\quad$ ise $\quad \dfrac{1}{C\,\underline{/\theta}}\quad$ olur

Bundan başka

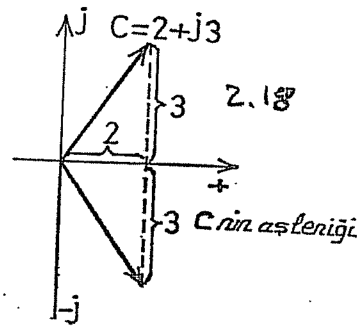
$$\frac{1}{J} = 1\left(\frac{1}{J}\right) = \left(\frac{J}{J}\right)\left(\frac{1}{J}\right) = \frac{J}{J^2} = \frac{J}{-1}$$

ve $$\frac{1}{J} = -J \qquad (2.8)$$

Dik bileşenler formunda komplex sayıların bileşenlerinden birinin bulunması için hayali bölümün işareti değiştirilir veya açıyı iptal etmekle bulunur. Örneğin bileşenler,

C = 2 + J3 ise bu komplex sayının eşleniği, bu sayının arasındaki işareti ters olanıdır. Başka bir ifadeyle bir komplex sayının eşleniği demek o sayının hayali kısmı önündeki işaret değiştirilmek suretiyle elde edilen simetrik değerdir.

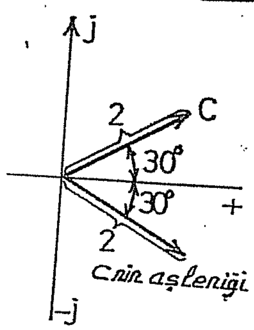
C = 2 + J3 eşleniği 2 — J3 dür. Şekil 2.18




Şekil 2.18

Bileşenler

C = 2 $\angle 30°$ ise bu sayının eşleniği 2 $\angle -30°$ dur. Şekil 2.19




Şekil 2.19

**KOMPLEX SAYILARIN DÖRT İŞLEMİ**
**TOPLAMA:**

İki veya daha fazla komplex sayıların toplamı bu komplex sayıların gerçek kısımlarının bir biriyle ve hayali kısımlarının bir biriyle toplanmasıyla bulunur.

Örneğin

$C_1 = \mp A_1 \mp JB_1$ ve $C_2 = \mp A_2 \mp JB_2$ ise

$$C_1 + C_2 = (\mp A_1 \mp A_2) + J(\mp B_1 \mp B_2) \qquad (2.9)$$

**ÖRNEK: 2.9**

a — $C_1 = 2 + J4$ ve $C_2 = 3 + J1$

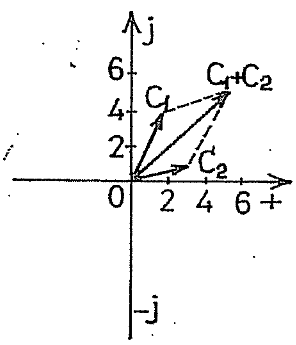
b — $C_1 = 3 + J6$ ve $C_2 = -6 + J3$

**Çözüm:**

a — $C_1 + C_2 = (2 + 3) + J(4 + 1) = 5 + J5$

veya

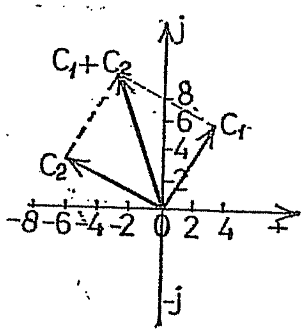
$$\begin{array}{c} 2 + J4 \\ \underline{3 + J1} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 + J5 \end{array}$$




Şekil 2.20

b — $C_1 + C_2 = (3 - 6) + J(6 + 3) = -3 + J9$ şkeil 2.21
veya

$$\begin{array}{r} 3 + J6 \\ -6 + J3 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ -3 + J9 \end{array}$$




Şekil 2.21

**ÇIKARMA:**

Çıkarma işleminde de toplamada olduğu gibi gerçek ve hayali kısımlar ayrı ayrı düşünülür.

$C_1 = \mp A_1 \mp B_1$ ve $C_2 = \mp A_2 \mp B_2$

$$C_1 - C_2 = [\mp A_1 - (\mp A_2)] + J[\mp B_1 - (\mp B_2)] \qquad (2.10)$$

**ÖRNEK: 2.10**

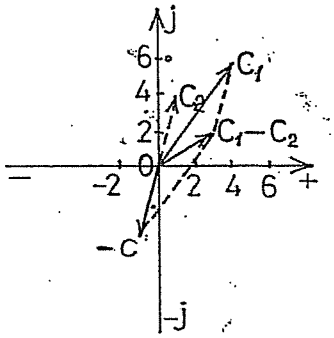
a — $C_2 = 1 + J4$ ve $C_1 = 4 + J6$

b — $C_2 = -2 + J5$ ve $C_1 = 3 + J3$

**Çözüm:**

a — $C_1 - C_2 = (4 - 1) + J\cancel{6}(6 - 4) = 3 + J2$ şekil 2.22
veya

$$\begin{array}{r} 4 + J6 \\ -1 + J4 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ 3 + J2 \end{array}$$

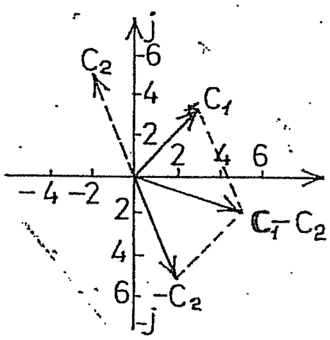



Şekil 2.22

b — $C_1 - C_2 = [3 - (-2)] + J(3 - 5) = 5 - J2$ şekil 2.23

veya

$$\begin{array}{r} 3 + J3 \\ -2 + J5 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ 5 - J2 \end{array}$$

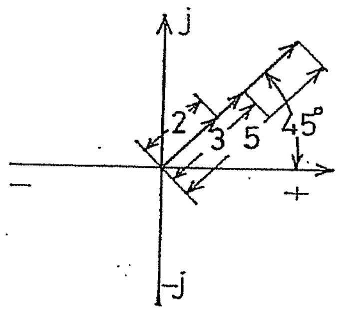



Şekil 2.23

Kutupsal formda toplama veya çıkarma işlemleri komplex sayıların açıları aynı olmadıkça veya sadece 180° nin katı değilse yapılamaz.

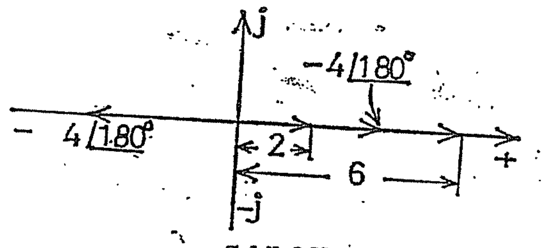
**ÖRNEK:** 2.11

$2 \underline{/45^\circ} + 3 \underline{/45^\circ} = 5 \underline{/45^\circ}$ şekil 2.24




Şekil 2.24

$2\,\underline{/0^\circ} - 4\,\underline{/180^\circ} = 6\,\underline{/0^\circ}$ şekil 2.25




Şekil 2.25

## ÇARPMA:

Dik bileşenler formunda iki komplex sayının çarpımı birinci bölümün gerçek ve hayali kısmıyla ikinci bölümün gerçek ve hayali kısmı çarpılır.

Örneğin,

$C_1 = A_1 + JB_1$ ve $C_2 = A_2 + JB_2$

$$
\begin{array}{l}
C_1 \,.\, C_2 = A_1 + JB_1 \\
\qquad\quad \underline{A_2 + JB_2} \\
\qquad\quad A_1 A_2 + JB_1 A_2 \\
\qquad\quad \underline{\qquad\qquad + JA_1 B_2 + J^2 B_1 B_2} \\
\qquad\quad A_1 A_2 + J(B_1 A_2 + A_1 B_2) + B_1 B_2 (-1)
\end{array}
$$

$$C_1 \,.\, C_2 = (A_1 A_2 - B_1 B_2) + J(B_1 A_2 + A_1 B_2) \qquad (2.11)$$

**ÖRNEK: 2.12**

a — $C_1 = 2 + J3$ ve $C_2 = 5 + 10$ değerlerini çarpınız.

b — $C_1 = -2 - J3$ ve $C_2 = 4 - J6$ olduğuna göre bu komplex sayıların çarpımını bulunuz.

**Çözüm:**

a — $C_1 . C_2 = [2.5 - 3.10] + J[3.5 + 2.10]$
$= -20 + J35$

b —
$$\begin{array}{r} -2 - J3 \\ 4 - J6 \\ \hline -8 - J12 \\ + J12 + J^2 18 \\ \hline -8 - 18 + J(-12 + 12) \end{array}$$

$C_1 . C_2 = -26 = 26 \angle 180°$

Kutupsal formun çarpımında büyüklükler çarpılır ve açılar cebirsel olarak toplanır.

Örnek,

$C_1 = C_1 \angle \theta_1$ ve $C_2 = C_2 \angle \theta_2$

$$C_1 . C_2 = C_1 . C_2 \angle \theta_1 + \theta_2 \qquad (2.12)$$

**ÖRNEK: 2.13**

a — $C_1 = 5 \angle 20°$ ve $C_2 = 10 \angle 30°$ ise $C_1 . C_2 = ?$

b — $C_1 = 2 \angle -40°$ ve $C_2 = 7 \angle 120°$ ise $C_1 . C_2 = ?$

**Çözüm:**

a — $C_1 . C_2 = 5.10 \angle 20° + 30° = 50 \angle 50°$

b — $C_1 . C_2 = 2.7 \angle -40° + 120° = 14 \angle 80°$

Dik bileşenler formunda gerçek bir sayı ile komplex bir sayının çarpımı, bu gerçek sayı ile komplex sayının hem gerçek hem de hayali bölümü ayrı ayrı çarpılır. Örneğin,

$$10(2 + J3) = 20 + J30$$

ve

$$50 \angle 0^\circ \; (0 + J6) = J300 = 300 \angle 90^\circ$$

**BÖLME:**

Dik bileşenler formunda iki komplex sayının bölümünde pay ve payda, paydanın bileşeni (eşleniği) ile çarpılır ve gerçek kısım ve hayali kısımlar toplanır. Örneğin

$$C_1 = A_1 + JB_1 \text{ ve } C_2 = A_2 + JB_2$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(A_1 + JB_1)\;(A_2 - JB_2)}{(A_2 + JB_2)\;(A_2 - JB_2)} = \frac{(A_1 A_2 + B_1 B_2) + J(A_2 B_1 - A_1 B_2)}{A^2{}_2 + B^2{}_2}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} + J\,\frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} \tag{2.13}$$

Bölme yapmak için birinci olarak pay paydanın eşleniği ile çarpılır ve gerçek kısım ile hayali kısım çarpılır. Daha sonra her bir bölüm paydanın eşleniği ile çarpımiyla elde edilen gerçek sayıya bölünür.

**ÖRNEK:** 2.13

a — $C_1 / C_2$ değerini bulunuz.

$C_1 = 1 + J4$ ve $C_2 = 4 + J5$

b — $C_1 = -4 - J8$ ve $C_2 = 6 - J1$

**Çözüm:**

a — $C_1 / C_2 = \dfrac{1.4 + 4.5}{4^2 + 5^2} + J\,\dfrac{4.4 - 1.5}{4^2 + 5^2} = \dfrac{24}{41} + J\,\dfrac{11}{41}$

$\cong 0.585 + J0.268$

b —

$$\begin{array}{l} -4 - J8 \\ \underline{\;\;6 + J1\;\;} \\ -24 - J48 \\ \underline{\qquad - J4 - J^2 8} \\ -24 - J52 + 8 = -16 - J52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 - J1 \\ 6 + J1 \\ \hline 36 - J6 \\ + J6 - J^2 1 \\ \hline 36 + 0 + 1 = 37 \end{array}$$

$$C_1 / C_2 = \frac{-16}{37} - J \frac{52}{37} = -0.432 - J1.41$$

Dik bileşenler formunda komplex bir sayıyı gerçek bir sayıya bölmek için gerçek kısım ile hayali kısım ayrı ayrı gerçek bir sayıya bölünür. Örneğin

$$\frac{8 + J10}{2} = 4 + J5$$

$$\frac{6.8 - J0}{2} = 3.4 - J0 = 3.4 \underline{/0^\circ}$$

Kutupsal formda payın gerçek büyüklüğü paydanın gerçek büyüklüğüne bölünür ve paydanın açısı payın açısından çıkarılır. Örneğin

$$C_1 = C_1 \underline{/\theta_1} \quad \text{ve} \quad C_2 = C_2 \underline{/\theta_2}$$

$$C_1 / C_2 = \frac{C_1}{C_2} \underline{/\theta_1 - \theta_2} \qquad (2.14)$$

**ÖRNEK: 2.15**

a — $C_1 / C_2$ değerlerini bulunuz.

$C_1 = 15 \underline{/10^\circ}$ ve $C_2 = 2 \underline{/7^\circ}$

b — $C_1 = 8 \underline{/120^\circ}$ ve $C_2 = 16 \underline{/-50^\circ}$

**Çözüm:**

a — $\frac{C_1}{C_2} = \frac{15}{2} \underline{/10^\circ - 7} = 7.5 \underline{/3^\circ}$

b — $\frac{C_1}{C_2} = \frac{8}{16} \underline{/120^\circ - (-50^\circ)} = 0.5 \underline{/170^\circ}$

Dikkat edilirse bölme yapmakla dik bileşenler formunda karşıtlılık değerini elde ederiz. Örneğin

$$\frac{1}{A + JB} = \left(\frac{1}{A + JB}\right)\left(\frac{A - JB}{A - JB}\right) = \frac{A - JB}{A^2 + B^2}$$

ve

$$\frac{1}{A + JB} = \frac{A}{A^2 + B^2} - J\,\frac{B}{A^2 + B^2} \tag{2.15}$$

Kutupsal formda karşıtlık değeri ise

$$\frac{1}{C\,\underline{/\theta}} = \frac{1}{C}\,\underline{/-\theta} \tag{2.16}$$

**ÖRNEK: 2.16**

Aşağıdaki komplex sayılarla ilgili işlemleri yapınız.

$$a - \frac{(2 + J3) + (4 + J6)}{(7 + J7) - (3 - J3)} = \frac{(2 + 4) + J(3 + 6)}{(7 - 3) + J(7 + 3)}$$

$$= \frac{(6 + J9)\ (4 - J10)}{(4 + J10)\ (4 - J10)}$$

$$= \frac{(6 . 4 + 9 . 10) + J(4 . 9 - 6 . 10)}{4^2 - 10^2}$$

$$= \frac{114 - J24}{116} = 0.982 - J0.207$$

$$b - \frac{(50\ \underline{/30^\circ})\ (5 + J5)}{10\ \underline{/-20}} = \frac{(50\ \underline{/30^\circ})\ (7.07\ \underline{/45^\circ})}{10\ \underline{/-20}}$$

$$= \frac{353\ \underline{/75^\circ}}{10\ \underline{/-20^\circ}} = 35.5\ \underline{/75^\circ - (20^\circ)}$$

$$= 35.3\ \underline{/95^\circ}$$

$$c - \frac{(2\ \underline{/20^\circ})^2\ (3 + J4)}{8 - J6} = \frac{(2\ \underline{/20^\circ})\ (2\ \underline{/20^\circ})\ (5\ \underline{/53^\circ})}{10\ \underline{/-37^\circ}}$$

$$= \frac{(4 \angle 40^\circ)\ (5 \angle 53^\circ)}{10 \angle -37^\circ} = \frac{20 \angle 93^\circ}{10 \angle -37^\circ}$$

$$= 2 \angle 93^\circ - (-37^\circ)$$

$$= 2 \angle 130^\circ$$

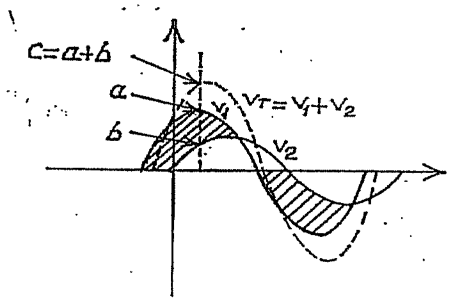
$$d - 3 \angle 27^\circ - 6 \angle -40^\circ = (2.68 + J1.36) - (4.6 - J.386)$$

$$= (2.68 - 4.6) + J(1.36 + 3.86)$$

$$= -1.92 + J5.22$$

## 2.6 VEKTÖRLER

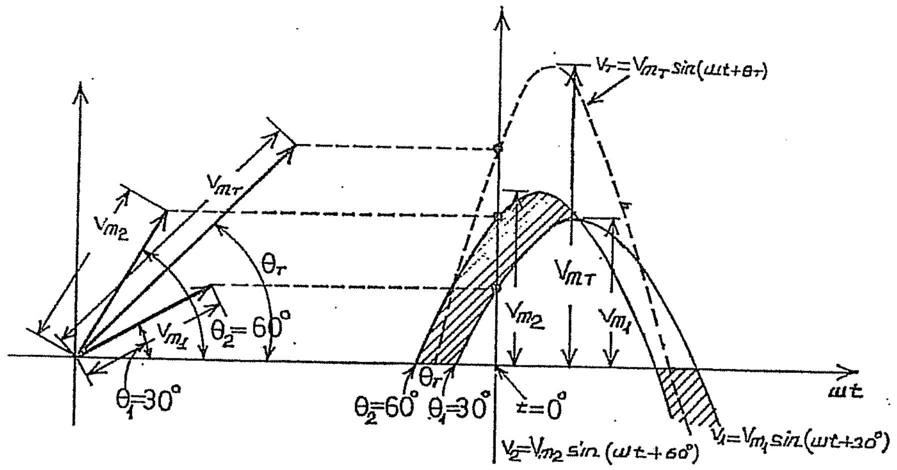
Bu bölümün giriş kısmında vurgulandığı gibi alternatif akım sinüsoidal devrelerde akımların veya gerilimlerni toplanması gerekebilir. Böyle bir toplamayı yapmak için birinci yöntem her iki sinüsoidal eğriyi aynı eksen üzerinde büyüklüklerini cebirsel olarak şekil 2.26 da görüldüğü gibi toplamakdır. Şekilde görüldüğü gibi $C = a + b$ dir.




Şekil 2.26

Vektörlerin bu yolla toplanması pek kullanılmayan bir yöntemdir. Vektörlerin toplanmasında şekil 1.13 de görülen eğrideki gibi dönen yarı çapın meydana getirdiği eğri şekli daha çok kullanılır. Bu sabit büyüklüklü ve orjinden geçen ve bir sonu olan değer vektör olarak anılır. Böyle bir vektörün dönmesiyle sinüs eğrisinin meydana geldiğini ve $t = 0$ iken şekil 2.27 deki eğri meydana gelir.

Şekilde görüldüğü gbii vektör olarak aşağıdaki gibi gösterilir.




Şekil 2.27

$$V_{m1} \underline{/30°} + V_{m2} \underline{/60°} = V_{mT} \underline{/\theta_T}$$

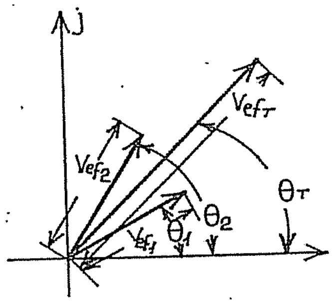
Başka bir ifadeyle eğer $V_1$ ve $V_2$ değerini vektör şeklinde gösterirsek

$$V = V_m \sin(\omega t \mp \theta) \Longrightarrow V \underline{/\mp\theta}$$

bu vektörler cebirsel olarak toplanmak suretiyle toplam vektör $V_T$ bulunur. Daha sonra bu vektör zaman domain'ine çevrilir ve aynı eksende işaretlenmek suretiyle şkeil 2.27 b deki eğriler elde edilir. Şekil 2.27 a da çeşitli vektörlerin büyüklükleri ve pozisyonları görülüyor. Bu vektörlerin meydana getirdiği bu şekle vektör diyağramı denir. Şekil 2.28 de bir faz diyağramı görülmektedir. Genel olarak devrelerin analizinde sinüsoidal akım veya gerilim aşağıdaki gibi olur.

$$V = V \underline{/\theta} \quad \text{ve} \quad I = I \underline{/\theta}$$

V ve I etkin değerlerdir ve $\theta$ faz açısıdır. Vektörlerde daima sinüs eğrisi referans eğri olarak varsayılır ve frekans bu vektörde gösterilmez. Sinüsoidal büyüklüklerin cebirsel işlemleri yalnız frekansı aynı olan eğriler için uygulanır.




Şekil 2.28

**ÖRNEK: 2.17**

Aşağıdaki komplex büyüklükleri zaman domain den vektör domaine çevirelim.

| | Zaman Domain | Vektör Domain |
|---|---|---|
| a — | $\sqrt{2}.50 \sin \omega t$ | $50 \angle 0°$ |
| b — | $69.6 \sin (\omega t + 72°)$ | $(0.707)\ (69.6) \angle 72° = 49.2 \angle 72°$ |
| c — | $45 \cos \omega t$ | $(0.707)\ (45) \angle 90° = 31.8 \angle 90°$ |

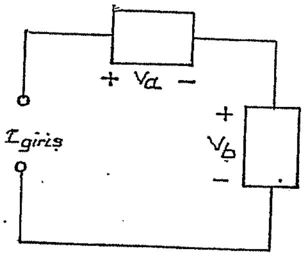
**ÖRNEK: 2.18**

Frekans 60 Hz iken aşağıdaki vektörlerin sinüsoidal ifadesini yazınız.

| | Vektör Domaini | Zaman domain |
|---|---|---|
| a — | $I = 10 \angle 30°$ | $i = \sqrt{2}\ (10) \sin (2\pi 60t + 30°)$<br>ve<br>$i = 14.14 \sin (377t + 30°)$ |
| b — | $V = 115 \angle -70°$ | $v = \sqrt{2}\ (115) \sin (377t - 70°)$<br>ve<br>$v = 163 \sin (377t - 70°)$ |

**ÖRNEK: 2.19**

Şekil 2.29 daki devrede giriş gerilimini bulunuz.




Şekil 2.29

$$\left.\begin{aligned} v_a &= 30 \sin(377t + 60°) \\ v_b &= 50 \sin(377t + 30°) \end{aligned}\right\} F = 60 \text{ Hz}$$

**Çözüm:**

$v_a$ ve $v_b$ değerlerini zaman domainden vektör domaine çeviriniz.

$$v_b = 50 \sin(377t + 30°) \Longrightarrow v_b = 35.3 \angle 30°$$

$$v_a = 30 \sin(377t + 60°) \Longrightarrow v_a = 21.2 \angle 60°$$

Kırchhoff'un gerilim kanununu uygularsak

$$V_g = v_a + v_b$$

Yukarıdaki değerleri toplamak için kutupsal formdan dik bileşenler formuna çevirirsek

$$v_a = 35.3 \angle 30° = 30.6 + J17.7$$

$$v_b = 21.2 \angle 60° = 10.6 + J18.4$$

$$\begin{aligned} E_g = v_a + v_b &= (30.6 + J17.7) + (10.6 + J18.4) \\ &= 41.2 + J36.1 \end{aligned}$$

Eledilen bu sonucu dik bileşenler formundan kutupsal forma çevirirsek

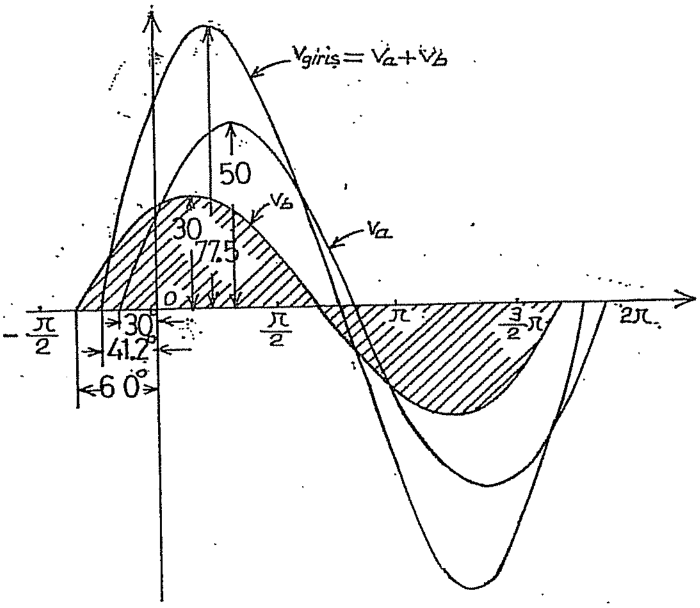
$$E_g = 41.2 + J36.1 = 54.8 \angle 41.2°$$

Bu vektörsel değerleri zaman domain'e çevirirsek

$$E_g = 54.8 \angle 41.2° \Longrightarrow E_g = \sqrt{2}\,(54.8) \sin(377t + 41.2°)$$

$$E_g = 77.5 \sin(377t + 41.2°)$$

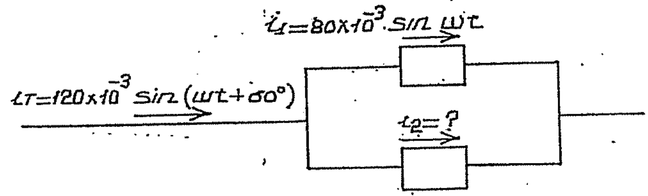
$v_a$, $v_b$ ve $v_g$ eğrileri şekil 2.30 da görülmektedir.




Şekil 2.30

**ÖRNEK: 2.20**

Şekil 2.31 deki devrede $i_2$ akımını bulunuz.




Şekil 2.31

**Çözüm:**

Kırchhoff'un akım kanununu devreye uygularsak

$i_T = i_1 + i_2$

veya

$i_2 = i_T - i_1$

Bu akım değerlerini zaman domain den vektör çevirirsek

$i_T = 120\times10^{-3}$ sin $(\omega t + 60°) \Longrightarrow 84.84\times10^{-3}\ \underline{/60°}$

$i_1 = 80\times10^{-3}$ sin $\omega t \Longrightarrow 56.56\times10^{-3}\ \underline{/0°}$

Kutupsal formdan dik bilşeenler formuna çevrilir ve çıkarılırsa

$i_T = 84.84\times10^{-3}\ \underline{/60°}$

$= 42.42\times10^{-3} + J73.46\times10^{-3}$

$i_1 = 56.56^{-3}\ \underline{/0°}$

$= 56.56\times10^{-3} + J0$

$$i_2 = i_T - i_1$$

$i_2 = (42.42\times10^{-3} + J73.46\times10^{-3}) - (56.56\times10^{-3} + J0)$

$= 14.14\times^{-3} + J73.46\times10^{-3}$

Dik bileşenler formundan kutupsal forma çevrilirse

$i_2 = -14.14\times10^{-3} + J73.46\times_{10}^{-3} \Longrightarrow i_2 = 74.8\times10^{-3}\ \underline{/100.9°}$

vektörden zaman domain'e çevrilirse

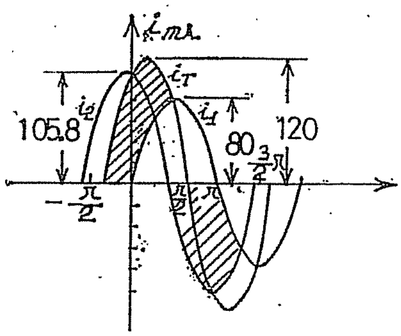
$i_2 = 74.8\times10^{-3}\ \underline{/100.9°} \Longrightarrow i_2 = \sqrt{2}\ (74.8\times10^{-3}$ sin $(\omega t + 100.9°)$

ve

$i_2 = 105.8\times10^{-3}$ sin $(\omega t + 100.9°)$

$i_1$, $i_2$ ve $i_T$ akımlarının eğrileri şekil 2.32 de görülmektedir.

$i_T = i_1 + i_2$




Şekil 2.32